ДВАДЦАТАЯ ХРЕСТОМАТИЯ

ПО ИСТОРИИ ТЕОРИИ ВЕРОЯТНОСТЕЙ И СТАТИСТИКИ

Составитель и переводчик О. Б. Шейнин

Берлин

2018

Содержание

От составителя

Ниже мы приводим общие соображения об отдельных статьях, которые мы обозначили римскими цифрами в соответствии с Содержанием. Библиографические сведения включены в надлежащие пристатейные библиографии.

Вот обозначение, принятое во всём сборнике:

S, G, i: документ i на русском языке есть на нашем сайте www.sheynin.de. Сайт перепечатывает Google, см. Oscar Sheynin.

Общие комментарии к некоторым статьям

[i] В крохотной статье никак нельзя было основательно исследовать серьёзную тему (которая, конечно же, рассматривалась неоднократно). Тем не менее, автор описал малоизвестные факты, но испортил своё изложение совершенно ошибочным утверждением о первом измерении параллакса звезды (Прим. 7).

[ii] Авторство *Наблюдений* исследовали многие авторы. Pearson (1978) и Glass (1963) пришли к тому же выводу, что и Гринвуд. В 1859 г. Де Морган заметил, что в *Наблюдениях* упомянуты какие-то немыслимые попятные движения Луны, с которыми Петти никак не мог бы согласиться. Более подробно об этом мы сообщили в начале нашего перевода (2005, **S, G,** 13) *Наблюдений* и классического мемуара Галлея 1693 г. о смертности.

И вот сам Петти (1674a, Посвящение Лорду Брункеру) назвал Граунта автором *Наблюдений*.

Гринвуд описывает материал, который в то время (1928) не был достаточно известен, но и сейчас интересно его замечание о различии в научном подходе Петти и Граунте: только Граунт старался формулировать выводы после сопоставления различных возможных методов исследования.

Гринвуд, как и в других своих работах, приводит почти ненужные подробности, притом часто без необходимых пояснений.

[iii] В 1718 г. (до периода, который рассматривал автор) Галлей открыл собственное движение звёзд. Добавим: в 1693 г. он составил первую более или менее достоверную таблицу дожития, а в 1701 г. опубликовал карту изолиний магнитного склонения Северной Атлантики, см. предисловие к нашему переводу 2005 г. *Наблюдений* Граунта и мемуара Галлея 1693 г. (**S, G,** 13). Здесь мы только заметим, что южное небо Галлей исследовал задолго до 1693 г., и неясно, представлял ли он тогда всю опасность систематических ошибок наблюдения: в 1693 г. он неверно оценивал действие систематических влияний в демографии.

[v] Автор внимательно указывает на значимость, которую Эйлер придавал опытам, но мы можем усилить его замечания. Прежде всего, кроме собственно эксперимента, существует ведь

его обработка, которой Эйлер неоднократно занимался. Так ведь его исследование неудачи в Сан-суси, – разве это не было обработкой того, что стало опытной попыткой (с негодными средствами)? По существу лишь в обработку астрономических и физических измерений Эйлер вникал недостаточно, о чём мы (2007) сообщили слишком неявно. Но следовало бы изучить малоизвестное исследование трудов его сына Иоганна Альбрехта (Stäkel 1910). Вообще же Эйлер, резко отличаясь от Ламберта, мало интересовался вероятностными рассуждениями.

Далее, Fuss (1786/1911) привёл несколько подходящих примеров:

С. LIX: В 1739 г. Эйлер сообщил многие полезные указания для изготовителей музыкальных инструментов и композиторов.

С. LXXV. Фридрих II был признателен за получение подзорных труб изготовленных по указаниям Эйлера.

С. LXXXI. Своим нынешним видом диоптрика полностью обязана Эйлеру.

И вот, наконец, видимо забытые сведения.

Фусс, с. LXI. Эйлер изредка прибегал к опытам.

И самое примечательное: письмо Эйлера 1755 г. об опытах с иглами магнитного инклинатора (Wolf 1860, p. 190):

Эти дни я с громадным удовольствием производил всякого рода опыты с этими иглами, из которых достоверно установил, что здесь в Берлине наклонение равно 71° 30′.

[vi] Автор описал конкретные результаты Эйлера, и в том числе его малоизвестные рассуждения о *тонтине нового типа*, но недостаточно рассмотрел сотрудничество Эйлера с Зюссмильхом. Родственный материал см. в нашей статье, опубликованной в том же сборнике.

[vii] Авторы сообщили сведения, которые недостаточно известны русскоязычным читателям. Тем не менее, мы указали критические замечания в своих примечаниях. Главные из них: чехарда с появлением и исчезновением различных статистических организаций в Индии и просто негодное цитирование без указания источников или страниц книжных источников. Вот крохотное добавление: в Библиографии указаны две статьи Панзе, обе 1940 г., но в тексте упомянута только одна из них, притом неизвестно какая именно.

[viii] В нынешнем, значительно расширенном издании, Дейл описывает сочинения различных авторов, и мы ниже приводим переводы некоторых из них. Наши ссылки вида Дейл (n) относятся к материалам, которые мы поместили на тех же местах n (и озаглавили VIII/n). Общую библиографию к этому разделу VIII см. в его конце.

Под обращённой вероятностью автор понимает вероятность причин (в современном понимании – гипотез), основанную на

вероятности наблюдённых событий. Главным инструментом в соответствующих рассуждениях является теорема Бейеса; впрочем (Дейл 10, Прим. 13) эту теорему впервые высказал Лаплас.

Неоднократно упоминаемая обратная теорема Бернулли относится к утверждениям обращённой вероятности (к отысканию теоретической вероятности по статистической вероятности). Впрочем, ни один из описанных авторов, ни сам Дейл не указали, что результат этой теоремы менее точен, чем вывод прямой теоремы Бернулли (Шейнин 2011).

На с. xii Дейл заявил, что истолкование высказываний прежних лет на современном языке в лучшем случае является заблуждением. Это – полуправда. Такое истолкование необходимо при дополнительном разъяснении маршрута от прежнего к новому.

Дейл описал сочинения, появившиеся в период от Бейеса до Пирсона, и нам следовало бы включить в перевод многие другие материалы. Нас остановило наличие в них большого числа формул, сложных для печатания.

[ix] Заглавие статьи никак не соответствует её содержанию, но и суть нового направления в геометрической вероятности, одним из основных авторов был Крофтон, не раскрыта должным образом. В то же время многие задачи в этой статье интересны и поучительны.

[x] Автор слишком мало сообщил о рецензируемой книге, а наши Примечания показывают, что он описал свою тему недостаточно чётко. Мендель не упомянут, быть может потому, что его открытие не имело отношения к социальным проблемам.

I

Джордж де Сантиллана

Греческая астрономия

George de Santillana, Greek astronomy.
***Scient. American*, vol. 180, April 1949, pp. 44 – 47**

1. Обворожительно изучать греков, потому что они были изобретательны. Учёные греки имели в своём распоряжении разве лишь воображение, логику и огромную любознательность. Они смогли отказаться от большой доли мусора примитивной мифологии и впервые приступили к систематическому и разумному размышлению о вселенной[1]. И среди всех эпизодов затянувшегося, но увлекательного рождения науки нет более осведомляющего, чем любопытная история греческих попыток объяснить астрономию Земли и сопутствующую ей Солнечную систему.

Изучение астрономии, конечно же, не началось с греков. Египтяне и вавилоняне составили карту неба и даже начертили траектории планет, но они были скорее наблюдателями, а не аналитиками. Они удовлетворялись описанием небесной сферы как свода неподвижных и подвижных звёзд и не заботились о механизме, который регулирует их [движение].

Но греки с самого начала попытались объяснить, или, как они выражались, *дать отчёт* [обо всём]. Странно, что до Тёмного времени и даже несколько позже они не обращали внимания на планеты, или на *странников*. В отличие от восточных народов, которые отыскивали *аспекты* на небе, до очень позднего периода своей истории греки не воспринимали астрологию. Они привнесли в небо практические интересы крестьян и моряков[2]. Они обращались к звёздам для навигации и по восходу и заходу созвездий узнавали время для посева и сбора урожая, для выхода в море и окончания морских путешествий. Их самые ранние попытки понять космос естественно опирались на мифологию.

Эреб (тьма) породил Эфир и День, а хаос – Землю и Эрос, самого прекрасного бога, а от Земли произошли горы, моря и Уран, т. е. Небо. Спаривание Земли и Неба породило первых смертных, титанов и циклопов. Другие ранние провидцы представляли себе Землю как громадное древо жизни, плавающее в небе, украшенное сияющей накидкой звёздной ночи.

Были и те, которые преувеличенно толковали о великом Яйце, от которого всё и произошло. Эти поэтические объяснения не

очень противоречили индуской космологии, которая считала, что Земля покоится на спинах двенадцати громадных слонов, стоящих на плывущей в едином море черепахе.

Таковы были обычные мысли всей древности в то время, когда она выбиралась из своей первозданной спячки. Первую попытку построения рациональной теории предпринял мудрец и государственный деятель Анаксимандр. Примерно в 550 г. до н. э. он высказал отважную идею о том, что Земля находилась в пустоте в центре мира и придерживалась в равновесии потому что, по его словам, не было причины для её падения скорее в одну, а не в другую сторону.

Великая идея, которые оформила греческую астрономию и математическую физику[3], была сформулирована на полвека позже Пифагором и его учениками. Они утверждали, что звёзды подчиняются законам чисел и что их траектории должны удовлетворять требованиям геометрической красоты. Все небесные тела должны двигаться равномерно по совершенным окружностям, потому что только так подобало их вечности и совершенству.

2. Необузданное независимое воображение пифагорейцев помогло освободить и поощрить греческую мысль о *космосе*, т. е. о великолепном порядке. Одному из пифагорейцев, Ocellus из Lucania, мы обязаны пророческой идее о том, что

Звёзды должны были быть мирами с животными и растениями и возможно даже людьми.

В течение примерно столетия после смерти Пифагора был собран урожай из некоторых величайших открытий греческого разума: создание логики, разъедающая критика софистов, тонкие парадоксы Зенона, поясняющие непрерывность и относительность движения, теория мира, составленного *из атомов и пустоты*.

Во время Сократа, примерно в 450 г. до н. э., пифагореец Филолай сформулировал первую связную теорию движения планет. Он считал, что планеты движутся по небесной сфере в некотором смысле противоположно движению сферы в целом. Солнце и планеты вращаются по концентрическим окружностям под небесной накидкой. Сочетая разумные научные причины и метафизическую интуицию, Филолай не подчинился побуждению поставить Землю в неподвижный центр. Он считал немыслимым, чтобы наша беспорядочная Земля оказалась в центре всей этой совершенности. Только чистый Огонь той же природы, что и небесный Огонь, был подходящим центром космоса, а Земля, как и другие планеты должна обращаться вокруг Центрального Огня за 24 часа. Как тело в небе, в котором округлость есть правило совершенства, Земля, конечно же, была

круглой, как предположил Пифагор, и это объясняло округлость её тени при лунных затмениях.

И всё же следовало объяснить изъян в этом совершенстве. В пифагорейской арифметике священным числом было 10, но даже если считать Землю небесным телом, окружностей в системе набиралось бы только 9, и пифагорейцы были вынуждены постулировать существование дополнительной планеты, которая располагалась ближе к центральному Огню, чем Земля и имела тот же период обращения, 24 часа. Земля была неизменно обращена к Центральному Огню одной и той же стороной, и поскольку это лицо было антиподом населённой части Земли, и Антиземля, и Центральный Огонь оставались для нас невидимыми.

Такова была странная смесь науки и фантазии, которая составила первую попытку обрисовать Солнечную систему. Некоторые непосредственные последователи Филолая видимо пытались добиться большей научной простоты для [Солнечной] системы, но даже после видоизменений построение Пифагора при всей её совершенной округлости не полностью убедила греков. Они, к примеру, заметили, что Солнце и планеты не движутся равномерно по совершенным окружностям. Будучи не в силах отказаться от симметрии окружности, они попытались рационализировать проблему.

Так, Платон поставил задачу:

Найти предполагаемое круговое и полностью регулярное движение, чтобы быть в состоянии спасти явления, которые указывают нам блуждающие звёзды.

Пытаясь ответить на свой собственный вопрос, он предложил одну из наиболее обворожительных и сложных моделей, которую только мог представить метафизик, смешав астрономию со своей теорией души.

3. Тем временем профессиональные математики из друзей Платона отыскивали чисто математическую теорию для описания планетных движений. Крупнейшим из них был Евдокс, автор четвёртой книги Евклида, знаменитый введением в геометрию того, что мы сейчас называем математической строгостью.

Евдокс знал, что планеты описывают траектории, которые скорее напоминают причудливые узоры художника-карикатуриста Сола Стейнберга, чем точные геометрические рисунки[4]. Он принялся решать свою проблему редко встречаемой геометрической проницательностью. Выведенная им система не напоминала никакую когда-либо предложенную механическую модель. Движение каждой планеты было представлено четырьмя круговыми равномерными составляющими: суточным вращением неба в целом и тремя, совместно равносильным лемнискате

(которая похожа на горизонтальную восьмёрку), движущейся по зодиаку[5].

Эта фигура воспроизводила всё разнообразие наблюдаемых планетных движений, но *гомоцентрическая* система Евдокса в целом, состоящая из пяти планетных сферических систем, не поддавалась никакому материальному воплощению, потому что суточное вращение неба нельзя было механически передать внутренним кругам.

Нужна была новая идея. Её предложил малоизвестный нам философ, высоко ценимый своими современниками, Гераклид Понтийский [387 – 312 до н. э.]. Он заметил, что в отличие от других планет Меркурий и Венера странным образом никогда слишком не удаляются от Солнца и поэтому предположил, что они обращаются вокруг Солнца, которое в свою очередь вращается вокруг Земли.

Но его теория не объясняла поведение такой планеты, как Марс. Мы не знаем, кто занялся этой более трудной проблемой, но видимо это были пифагорейцы того времени. Они полагали, что Марс движется по орбите, эксцентричной по сравнению с Землёй, и что он наиболее великолепен, когда противостоит Солнцу и оказывается ближе всего к Земле. Но эти противостояния не всегда происходят в одной и той же части зодиака и центр его орбиты должен перемещаться (и напоминает движение кулачка в распределительном валу). Центр эксцентричной орбиты Марса, видимо, всегда смещён по направлению к Солнцу, так почему бы не считать, что этот центр расположен в самом Солнце? А если и Марс, как Венера и Меркурий, обращается вокруг Солнца, то почему бы и не другие планеты, даже если их эксцентриситеты менее заметны?

Так родилась Солнечная система, или, скорее, возможная Солнечная система. Конечно, Солнце всё ещё обращалось вокруг Земли, а на бумаге система не казалась очень уж убедительной. Она, конечно, не выглядела достаточно изящной, чтобы удовлетворить греческий инстинкт симметрии и была втянута в запутанную смесь движений: внутренние планеты описывали эпициклы с центром в Солнце, внешние же были эксцентричны и петлеобразно двигались вокруг Земли. Всё в целом было неприятно и официальным философским школам, и математикам.

Но проблема созрела для простого и смелого решения, и греческое воображение не преминуло отыскать его. Ответ предложил Аристарх. Видимое различие орбит внутренних и внешних планет, как он заявил, вызвано только наблюдениями. Внутренние планеты явно обращаются вокруг Солнца, орбиты остальных планет не столь понятны только потому, что их радиусы превышают расстояние Солнца от Земли.

Геометрическими методами Аристарх определил, что диаметр Солнца в 6 – 7 раз превышал диаметр Земли, и потому его объём был примерно в 300 раз больше. Без всякого знания гравитационной динамики было неестественно полагать, что большое тело обращалось вокруг малого. А если расстояние Земли от Солнца это радиус *земной*, а не солнечной орбиты? И тогда, сказал Аристарх, Земля займёт своё естественное место как планета там, где мы и ожидали бы, между Венерой и Марсом.

Простота вернулась, здравый смысл был установлен вновь, и нет ничего, кроме концентрических окружностей с центром в Солнце, и только Луна обращается вокруг Земли.

4. Так появилась опубликованная в 270 г. до н. э. система Коперника, за восемнадцать веков до него. Никто не знает, что могло бы произойти в науке, политике или христианстве, если бы греки приняли её. Но предложение Аристарха появилось не вовремя. Будь прозрачные концентрические окружности Пифагора всё ещё достаточно убедительны, греческие астрономы могли бы сдаться, но они уже знали, что окружности не могут быть концентрическими, как это полагали пифагорейцы.

Новые наблюдения изменили форму орбит. Прежде всего, было уже понято, что расстояние Солнца от Земли не было постоянным: видимый диаметр Солнца изменялся с сезонами. Далее, орбиты планет были слишком странными, и их нельзя было описывать совершенными концентрическими окружностями[6]. И, главное, Архимед, младший современник Аристарха, выразил, видимо, решающее возражение. Он любил иметь дело с большими числами и заметил, как и большинство его современников, что вселенная Аристарха требовала очень больших чисел. Уже считалось, что расстояние Солнца от Земли наверняка превышало 14 тысяч диаметров Земли. И если Земля описывает такую громадную окружность вокруг Солнца, то в различных местах её орбиты должны были бы наблюдаться небольшие подвижки в относительном положении неподвижных звёзд, но этого не замечали. Неудивительно! У греков не было для этого инструментов, тогда как параллакс ближайшей неподвижной звезды, Альфа Центавра, был измерен лишь в 1830 г. и равнялся лишь 0″,756[7].

Аристарх по существу угадал причину неудачного выявления этих подвижек, а именно: расстояния звёзд от нас громадны:

Окружность земной орбиты так мала по сравнению со сферой звёзд, что вся орбита находится в том же отношении к небесной сфере, в каком центр находится к окружности.

Архимед, не пытаясь понять, что именно мог этим сказать Аристарх, отбросил его утверждение как бессмысленное, потому что центр явно не мог иметь никаких размеров. Идея Солнечной

системы, затерянной в необъятной небесной пустоте, была неприемлема его греческому чувству соответствия и пропорциональности. Зачем постулировать эту неслыханную, нелепую бесконечность? Бесконечность была омерзительным понятием, греки отождествляли её с чем-то недобрым, недостаточно оформленным, т. е. не имевшим ни формы, ни определения. Догадка Аристарха была слишком неправдоподобна и не могла быть признана греческим мнением того времени.

Аристарх появился слишком поздно. Великий творческий период греческой мысли прошёл и последние пифагорейцы стали нумерологами и кудесниками. Самые распространённые философские школы стоиков, эпикурейцев и других моралистов мало интересовались наукой. Их учение было в основном направлено на помощь человеку в сохранении самоуважения во всё более бессмысленном мире. Великие королевства были образованы ввиду завоеваний Александра; угнетающие государственные машины и грозные мировые войны направляли мысли людей к единственно разумной надежде, к идее Единого мира того времени. И скоро такой мир появился в виде Римской империи, а с ней – замороженная неподвижность и полное отсутствие мысли.

5. Осталась, конечно, основательная специальная наука. Греческая древность имела учёного, равносильного Тихо Браге. То был Гиппарх, который появился через столетие после Аристарха. Он составил каталог 1120 звёзд, наблюдал первую в истории удостоверенную Новую, изобрёл первую тригонометрию и построил инструмент (диоптр), подобный современному теодолиту без трубы.

Гиппарх ограничился наблюдениями, чтобы уточнить геоцентрическую систему. Как практичный учёный, он, видимо, не доверял никаким философским предположениям. Будь он спрошен, была ли система *истинной*, он ответил бы, слегка приподняв брови, что этот вопрос не имеет смысла, требовалось лишь, чтобы она *работала*[8].

И она действительно работала за счёт всё большего усложнения. Ко времени Птолемея, последнего великого астронома древности (140 г. до н. э.), вся притворная простота была оставлена, но неуклюжая, сложная система Птолемея не должна затемнить строго научной сути того труда, на котором она была основана. И если мы склонны посмеиваться над греческими эпициклами, то должны будем вспомнить, что в нашей астрономической теории мы применяем не чёртову дюжину их, как греки, а сотни и тысячи. Они спрятаны в

вычислениях под именем периодических членов, что, видимо, меньше смущает нас.

Греки имели чёткую идею о цели математического анализа, хоть и имели только один инструмент для его применения, простую геометрию. Чего они сумели добиться со своими небольшими кругами [эпициклами], можно понять, сравнивая современные данные о больших полуосях планетарных орбит, т. е. о максимальных расстояниях планет от Солнца, с соответствующими числами по Птолемею. В его системе эти вычисления был выражены в отношениях радиусов эпициклов к радиусам деферентов[9]. Вот эти сравнительные числа; за единицу принята большая полуось Земли и в первой колонке приведены современные данные, а во второй – данные по Птолемею.

Меркурий	0,387	0,371
Венера	0,723	0,719
Марс	0,656	0,658
Юпитер	0,192	0,192
Сатурн	0,105	0,108

Система Птолемея застыла на 14 столетий до Коперника, который открыл её вновь и использовал смутные в его время традиции Аристарха и ранних пифагорейцев, но нашёл мужество подвергнуть сомнению эту систему. Его теория тоже могла быть забыта, если Галилей не подтвердил бы её при помощи телескопических наблюдений и своей системой динамики, которая исходила от его открытия заново механики Архимеда[10]. Итак, Солнечная система, открытая и забытая греками, была найдена вновь.

Примечания

1. Автор неоднократно упоминает вселенную вместо солнечной системы.

2. Астрологи также пытались быть полезными.

3. Автор напрасно упомянул математическую физику. Добавим, что Пуассон, в поисках компромисса при организации учебного процесса как-то сблизил теорию вероятностей и математическую физику, не озаботившись определением последней (Bru 1981, конец статьи). Этот термин надолго сохранился во Франции. Вот титульный лист трактата Пуанкаре 1912 г.:

Курс математической физики; Курс Исчисление вероятностей

4. Автору не следовало упоминать карикатуриста XX в. в связи с Евдоксом.

5. Зодиак: пояс на эклиптике, по которому проходят пути видимого движения Солнца, Луны и планет.

6. Напомним: Аристарх оставил концентрические окружности, в которые греки уже не верили.

7. Это недоразумение. Впервые, в 1838 г., параллакс неподвижной заезды (звезды 61 в созвездии Лебедь) измерил Бессель (0,˝31).

8. Автор бездоказательно приписал Гиппарху идею конвекционализма, основоположником которого был Пуанкаре, см. также Шейнин (1991, с. 141).

9. Деферент: центр эпицикла двигался по большому кругу, деференту.

10. Но где же Кеплер?

Библиография

Шейнин О. Б., Sheynin O. (1991), Poincaré's work in probability. *Arch. Hist. Ex. Sci.*, vol. 42, pp. 137 – 172.

Bru B. (1981), Poisson, le calcul des probabilités et l'instruction publique. В книге M. Métivier и др., редакторы, *Poisson et la science de son temps*. Palaiseau, pp. 51 – 94.

II

М. Гринвуд

Граунт и Петти

M. Greenwood, Graunt and Petty.
***J. Roy. Stat. Soc.*, vol. 91, pt. 1, 1928, pp. 79 – 85**

Публикация Маркизом Лансдауном обильного избранного материала из неопубликованных бумаг своего знаменитого предка (Petty 1927) является литературным событием. Оно особо интересно статистикам, хотя, разумеется, этот материал не ограничивается бумагами статистического характера. Эти два тома во всех смыслах дополняют биографию Лорда Эдмунда Фицмориса [1846 – 1935] и издание экономических трудов (Petty 1899) того, кто основал семью[1] и помог основать Королевское общество.

Новый материал, как я полагаю, не намного изменит то впечатление, которое создали ранее известные факты о Петти, таково по крайней мере моё мнение. Петти был человеком громадных природных способностей и выказал немало благоразумия и решительности в практических делах жизни. Это позволило бедному деревенскому ребёнку умереть огромным землевладельцем.

Людям, и особенно привередливо порядочным, редко удаётся сильно разбогатеть, и есть немало свидетельств о том, что Петти не упускал возможности проталкивать свои требования, но нет никаких надёжных данных о том, что он когда-либо опускался ниже этического уровня своего времени. По своим умственным способностям он несколько напоминает более известного кузнеца своего состояния, Генри Брума[2]. Он обладал той же подлинной любознательностью, тем же (нет, даже лучшим) предвидением дел, находящихся на границе чисто умственного и практического, тем же широким, н поверхностным учением, но по практическому уму Петти намного превосходил Брума.

В этих новых томах частных записей вряд ли найдётся тема в пределах интеллектуального интереса того времени, по которой Петти не нашёл чего-нибудь для замечания, притом не для хвастовства (то был грех Брума), а потому, что был действительно заинтересован в ней. Здесь встречаются латинские стихи и проза (и то, и другое неважное, хотя некоторые из худших были возможно вызваны плохим зрением и/или снисходительностью редактора); рассуждение об алгебре, которое, как сообщает редактор, высоко оценили друзья Петти,

но которое определённо показалось бы Валлису или Ньютону не заслуживающим нанесения на бумагу; естественноисторические и физиологические записи, уступающие по своему уровню Ray и Мейоу; клинические наблюдения не выше уровня любого разумного врача XVII в.; и, последнее по счёту, но никак не по важности, экономико-политические заметки.

Всё, что действительно важно, вышло не из медленного и уверенного движения глубокого и хорошо обученного разума, а являлось восторженным излиянием быстрого практического ума. Там можно найти десятки предложений для выполнения чего-то, и многие из них (например, предложение об учреждении в Лондоне инфекционных больниц и совета по здоровью) можно справедливо считать предвосхищением сделанного позднее, другие заслуживают комментария потомка [Маркиза Лансдауна]:

Вычисления Петти в предшествовавшей статье совершенно непонятны. Он был явно воодушевлён грандиозным проектом трансплантации. Но даже сторонник антипатий Маколея [1800 – 1859] или Е. Л. Пикока [1785 – 1816][3] не будет отрицать, что Брум был великим человеком, если таковым мы назовём того, чьи сила ума и достижения значительно превосходят средний стандартный уровень его современников. Измеренный подобным образом, Петти был, конечно, велик. Он не только был удачлив в своей карьере, но давал отличные советы другим, даже королю. Но с точки зрения его признанных трудов вряд ли казалось более вероятным, что он был автором внимательно обдуманных и критических научных мемуаров, чем то, что *Исчисление конечных разностей* Буля было украшением *учёного друга*, которого он убедил считать автором менее заметного человека[4].

Однако Лорд Лансдаун приводит свидетельство, которое по мнению его самого и большинства его рецензентов в статьях для широкого круга читателей *не оставляет разумного сомнения* в том, что Петти был автором одного из классических сочинений статистической науки, *Естественных и политических наблюдений над лондонскими Бюллетенями о смертности*, опубликованного под авторством Граунта. В статистическом журнале нет надобности подробно характеризовать этот труд, но что-то должно быть сказано, чтобы разъяснить обсуждение авторства.

Книга Граунта заслуживает уважения статистиков по трём основным причинам. Во-первых, потому, конечно, что автор стремился получить, и получил интересные и важные результаты в ранее необработанной области, но это можно сказать и про Петти. Вторая причина более индивидуальна, а именно применение в этой новой области медицинской статистики и статистики населения критического метода, который до него

почти никем не применялся кроме как лучшими гуманитариями типа Скалигеров [1260 – 1387] и Casaubon [1559 – 1614][5]. Мы видим здесь осторожность при взвешивании свидетельств и привычку сопоставлять различные методы и результаты, которые не всегда видны в *Philosophical Traansactions* и почти отсутствуют в восторженных записях Петти.

Превосходный пример представляет метод, при помощи которого автор *Наблюдений* спрашивает себя, является ли новый статистический факт действительно *новым заболеванием* или просто результатом пересортировки прежних фактов [гл. 3, пункт 21]. К примеру, он впервые отыскал рахит в Бюллетене за 1634 г. и сразу же спросил:

Действительно ли это заболевание впервые появилось примерно в то время, или же давно существовавшее заболевание было тогда впервые названо?

Затем он спрашивает, какие другие случаи, названные в прежних Бюллетенях, наиболее вероятно схожи с рахитом, и заключает, исходя из информации от тех, кто *заявляет, что знает это*, и из того факта, что в некоторые годы увеличенная печень, селезёнка и рахит были сгруппированы вместе, что *увеличенная печень была ближе всего*. Затем он сравнивает увеличенную печень некоторого года с ней же, взятой совместно с рахитом следующего года, и заключает, что рахит действительно является новым заболеванием, но осторожно добавляет:

Нельзя отрицать, что когда рахит стал весьма многочисленным, как в 1660 *г., а именно* 521 [случаев], *было не более* 15 *увеличенной печени*.

Прав ли был автор, считая, что рахит оказался новым заболеванием, теперь не имеет значения, но важно отметить оригинальность метода. И уместно указать, что, если бы Уильям Хеберден младший, один из опытнейших врачей своего времени, более, чем через столетие после смерти Петти действительно понял метод автора, он не ошибся бы, считая, что число случаев дизентерии убывает. Его ошибку выявил Крейтон (Heberden 1801; Creighton 1894, т. 2, с. 747 – 748).

Другой пример тщательного сопоставления данных при оценке населения Лондона находится в 11-й главе. Эта глава, а именно создание нового орудия исследования, т. е. первой таблицы дожития, оправдывает третье право автора на почитание. Эта тема достаточно интересна и оправдывает отступление.

Заключив по своим данным, что 64% живорождённых доживает до шести лет и что примерно 1% доживает до 76 лет, автор спрашивает, сколько же доживает до различных возрастов с интервалами в 10 лет. Вот его решение:

Мы отыскали шесть средних пропорциональных чисел между 64 […] *и одним, который дожил до 76 лет, и нашли, что числа, указанные ниже, практически достаточно близки к истине, потому что люди умирают ни в точных пропорциях, ни в дробных количествах. Отсюда следует наша таблица*.

В своём примечании Халл пишет:

Этот метод построения таблицы предполагает сочинение Петти (1674b).

Халл не показал, как получить таблицу автора по методу Петти, и это нелегко, если судить по отрывку, который привёл Халл (Петти 1899, т. 2, с. 622). Петти начинает с того, что в возрасте 16 – 26 лет находится больше живущих, чем в любом другом десятилетнем интервале, и заявляет:

Корни из числа лет до 16 (*корень из* 16 *равен* 4) *по сравнению с этим числом,* 4, *действительно указывает пропорцию вероятностей таким людям дожить до 7*0 *лет*.

Он также заявляет, что

Существует пропорция 5:4 того, что один из 26-*и летних умрёт до человека* 16 *лет,* 6:5 *того, что один из* 36-*и летних умрёт раньше, чем* 26-*и летний, и* 3:2, *что человек* 36 *лет умрёт до человека* 16 *лет и т. д. в соответствии с корнями из любого другого года сравнительно с числом между* 4 *и* 5, *которое является корнем из* 21 [$\sqrt{21} = 4{,}6$], *средним между* 16 *и* 26, *и с наибольшей надеждой на продолжительную* жизнь. *И это является годом совершенства в соответствии* с *<u>нашим законом</u> и возрастом, на чью жизнь <u>lease</u> наиболее ценна*.

Нелегко понять, по крайней мере мне, как эти правила можно применять для воспроизводства таблицы в *Наблюдениях*, и я не понимаю, как она была действительно составлена[6]. Но числа [таблицы] неплохо представляются геометрической прогрессией со знаменателем 0,62 и первым членом 64.

Таблица Гринвуда. Числа Граунта и члены прогрессии

6 лет	64	64	**16** лет	40	40	**26** лет	25	25	**36** лет	16	15
46 лет	10	9	**56** лет	6	6	**66** лет	3	4	**76** лет	1	2

Я не предлагаю считать это методом автора, но вполне ясно, что автор понял фундаментальную идею таблицы дожития. Если Петти по крайней мере понял значимость этого открытия, то сослался бы на неё либо в опубликованных сочинениях, либо в записях. Странно, но таких ссылок нет и особенно странно, что финансовая сторона дела, применение таблицы для вычисления стоимости ежегодных и пожизненных рент, быстро

заинтересовала людей, чьи финансовые инстинкты наверняка не были проницательнее, чем у Петти[7].

В общем, сравнение *Наблюдений* с признанными сочинениями Петти перекладывает всю ответственность за доказательство его авторства на тех, кто это утверждает. Мы ведь должны будем поверить, что Петти не только отрёкся от права на честь за составление шедевра, но воздержался от применения новых и ценных методов в других своих трудах. И если мы вдобавок вспомним, что Граунт и Петти были близкими друзьями, и что не было бы ничего несовместимого со строжайшей пристойностью в том, что Петти написал черновой вариант Введения и имел отношение ко всей рукописи, то эта ответственность станет очень тяжёлой.

Представляется, что Лорд Лансдаун не понял сути проблемы, которой должен был заняться. Вот его проницательный ответ на возражение о том, что по своему стилю *Наблюдения* не схожи с сочинениями Петти:

Я признаю, что не усматриваю этого различия, хотя они [*Наблюдения*] в*озможно составлены несколько лучше, чем большинство статей Петти*.

Этот ответ, быть может, достаточно хорошо доказывает моё замечание. Но его список параллельных выдержек предоставляет нам переполненную меру [доказательства]. Вот начало этого списка.

С. 320 *Наблюдений* [Посвящение Лорду Джон у Робертсу]:

Истощение числа мужчин войнами и отъездом в колонии не ухудшает должной пропорции между ними и женщинами

С. 385 – 386 [гл. 11]. Автор отрицает утверждение о том, что *на трёх женщин приходится один мужчина* и заявляет, что *это соотношение составляет* 14:13.

С. 394 [*Заключение*], второй вопрос: *Сколько мужчин и женщин*?

Теперь *параллельные* выдержки из Петти (1927).

С. 115. Вопросы о природе туземного населения Пенсильвании. № 3. *Какова пропорция между их мужчинами и женщинами*?

С. 232, ряд различных политических наблюдений. Требуемое находится только в предпоследней строке [?].

В природе больше мужчин, чем женщин. Кроме того, мужчина плодовит 40 лет, а женщина лишь 25 или около того, и это уравнивает потерю мужчин в море, войне, отправлении обязанностей и пр.

Если только Петти намеренно не воздержался, даже в своих частных бумагах, от записей о статистике населения, ему было бы очень трудно избежать подобных параллелей, и даже

невозможно, если его записи были сделаны *после* чтения книги Граунта. Некоторые из утверждаемых параллелей даже не достигают этого уровня [уровня параллели], и их вряд ли следует цитировать. К примеру, на с. 356 [гл. 3] *Наблюдений* мы находим разумное обсуждение статистики сифилиса, и автор заключил, что в то время (конечно же, как и сейчас) Бюллетени занижали смертность от этой болезни. Лорд Лансдаун указывает как на параллель на с. 261 своего второго тома, т. е. на то, что в список своих сочинений, составленный 6 октября 1671 г., Петти включил латинское рассуждение, видимо написанное в 1646 г., *De Arthritide et Lue Venerae* [Ревматизм (?) и заразные венерические заболевания]. Такую параллель трудновато принимать всерьёз.

При обсуждении Граунта и Петти мы склонны применять коммерческую арифметику Граунта к свидетельствам, и я забавлялся статистической классификацией 41 параллели Лорда Лансдауна. 21 из них, видимо, относятся к тем, которые вовсе не являются параллелями, 10 принадлежат к типу первого примера, т. е. к неизбежному согласованию при описании одного и того же двумя авторами. Остаётся 10, в которых либо применяется специальное выражение (например, *ex sponte creatis*), либо приводится ссылка на какую-либо довольно далёкую тему (например, на заболевание металлистов), либо указана информация, наверняка в пределах знания Петти, но менее вероятно известная Граунту. Желательность исследования этих параллелей обоснована.

Но ни одна из этих схожестей, или, если угодно, совпадений, не имеет никакого отношения к *методу* исследования, который по моему мнению отличает Граунта от Петти. И не менее шести из них находятся либо в *Заключении*, либо в *Приложении*, которое несомненно было основано на сведениях Петти. Другими словами, свидетельство параллелей Лорда Лансдауна сводится к подтверждению того, что и раньше считалось вероятным, а именно того, что перед публикацией Граунт ознакомил своего друга с рукописью, притом безусловно до её формального представления Королевскому обществу, и того, что Петти подправил рукопись во многих местах.

Новые свидетели Лорда Лансдауна вряд ли задержат нас. Друг Петти, Саутуелл, представил себе Граунта и Петти как *карлика, взобравшегося на спину слону*. Но это быть может только указывает, что он не был очень уж хорошим ценителем научной работы. Это тот самый Саутуелл, который восхищался решением Петти линейного уравнения с двумя переменными. И никакого особого интереса не представляет мнение члена Королевского общества Houghton о том, что Петти является автором *Наблюдений*. Возможно, что Houghton был схож с Ивлисом,

Саутуеллом, Aubrey и самим Лордом Лансдауном. Они не могли понять, как лондонский торговец, к тому же банкрот[9], мог бы сочинить шедевр, но они легко поняли, что выпускник Оксфордского университета, знакомый со всеми лучшими людьми и переполненный идеями, мог бы это написать. Как сказал Лорд Лансдаун,

Граунт несомненно, как нам говорят, обладал всеми положительными чертами, был заметно честным, хорошим другом и прекрасным галантерейщиком. Но, по упомянутым мной причинам, я не могу поверить, что он написал Наблюдения.

Достойный человек, несомненно *очень* достойный в своей области, но, конечно же, было бы несколько нелепо предположить, что он был научным исследователем первого ранга[10]. Аналогичное психологическое побуждение поддерживало большинство искателей действительного автора сочинений Шекспира[11]. Доводы подобного рода, как бы хладнокровно мыслящими мы бы гордо не считали себя, действительно сильно действуют на всех нас в ту или иную сторону, и они не могут быть опровергнуты никакими разумными средствами.

Покажите, а я думаю, что это возможно, что *Наблюдения* Граунта так же фундаментально отличаются от всех удостоверенных сочинений Петти, как хороший мемуар в *Philosophical Transactions* в наше собственное время от хорошей передовой в газете *Times*. Кроме того, покажите, что

1. Запас точных знаний у Петти был скудным и что

2. Точные знания, выказанные Граунтом, были выучены им самим, потому что они не составляли части ни одной существовавшей программы и не могли были быть найдены ни в одной книге.

И всё же многие люди не смогут поверить, что львиную долю сотрудничества лондонского торговца, который умер банкротом, с основателем одной из наших великих семей осуществил первый.

Примечания

1. Биография Фицмориса: автор безусловно имел в виду биографию Петти, составленную им (FitzMaurice 1895). Фицморис был потомком Петти, либеральным государственным деятелем. Петти основал семью: см. последнюю фразу этой статьи.

2. Генри Брум (1778 – 1868), был либеральным государственным деятелем, пользовался громадным авторитетом. Со-основатель Лондонского университета.

3. Фраза непонятна и вообще излишня. Автор назвал ряд менее известных лиц, установить которых нам не удалось. Мы упоминаем их без комментариев.

4. Снова непонятная и ненужная фраза, к тому же вычурная. Видимо последнее издание упомянутого трактата Буля вышло в 2009 г., в Кембридже.

5. Где, когда, как применялся этот метод?

6. Если автор понял Петти, то должен был разъяснить её. Мы нашли очень простое утверждение в другом сочинении Петти (Petty 1674b, с. 82 – 88):

Для лиц в возрасте 16 лет и a ($a < 16$) правдоподобия (вероятности) дожить до 70 лет относятся как $\sqrt{70} : a$. Для лиц в возрастах a и b ($a, b > 16$) вероятность b пережить a относится к вероятности противоположного события как $\sqrt{a} : \sqrt{b}$. На таблицу Граунта Петти не сослался, но его примеры в основном относились к возрастам 16, 26 и 36 лет. Смысл *lease* в данном контексте неясен.

7. Можно пожалеть, что автор ничего не сказал об этих заинтересовавшихся лицах. Петти не заинтересовался видимо потому, что справедливо считал таблицу Граунта практически непригодной.

8. Моё рассуждение об этих параллелях по крайней мере не слишком сурово. Юл (1844?) независимо опубликовал подобное исследование и решил, что к первому типу параллелей относится 26, ко второму и третьему, соответственно, 10 и 5. Только одно из этих пяти не относилось ни к *Заключению*, ни к *Приложению*. М. Г.

9. Граунт обанкротился в результате Великого лондонского пожара 1660 г., и упоминание его банкротства в указанном смысле было непристойно.

10. Следует понимать, что автор не совсем понятным образом описал мысли своих противников.

11. Сомнения в авторстве самого Шекспира впервые появились в середине XIX в. и продолжают высказываться поныне (притом вовсе не ограничиваясь чертами биографии Шекспира), но их, видимо, не принимают всерьёз. Мы опустили небольшое описание некоторых рассуждений подобных сомнений.

Библиография

Creighton Ch. (1891 – 1894), *History of Epidemics in Britain*, vols. 1 – 2. London. London – Edinburgh, 1965.

FitzMaurice E. (1895), *Life of Sir William Petty*.

Glass D.V. (1963), Graunt and his […] *Observations. Proc. Roy. Soc.*, vol. B159, pp. 2 – 37.

Heberden W., Jr (1801), *Observations on the Increase and Decrease of Diseases, Particularly Plague*. London.

Pearson K. (1978), *History of Statistics in the 17th and 18th Centuries*. Лекции 1921 – 1933. London. Редактор E. S. Pearson.

Petty W. (1674a), *Discourse Read before the Royal Society*. London.

--- (1674b), *Discourse concerning the Use of Duplicate Proportion*. London.

--- (1899), *Economic Writings, together with the Observations* […] *More Probably by Captain John Graunt*, vols. 1 – 2. Редактор C. H. Hull. Fairfield NJ, 1986; London, 1997.

--- (1927), *Papers*, vols. 1 – 2. London. Редактор Lord Lansdowne. London, 1997.

Yule G. U. (1944), *Statistical Study of Literary Vocabulary*. Cambridge.

III

Колин А. Ронан

Эдмунд Галлей как Королевский астроном

Colin A. Ronan, Edmond Halley as Astronomer Royal.
***Vistas in Astronomy*, vol. 20, 1976, pp. 61 – 63**

В 1720 г., в 63 года, Галлей стал Королевским астрономом после Флемстида, и ему пришлось ведать астрономической обсерваторией, лишённой основных инструментов. Вдова Флемстида забрала астрономическое оборудование своего покойного мужа, что, по общему мнению, было обосновано, ибо он купил это оборудование или получил его. Галлей должен был начинать всё заново, по существу на пустом месте. Флемстид был злополучен, но Галлей дипломатичен и сразу же получил 500 фунтов от Артиллерийского управления (Board of Ordnance) на приобретение нового инструментария.

Но изготовление заказанного пассажного инструмента и восьмифутового настенного квадранта потребовало времени, и к первой серии должной программы наблюдений Галлей смог приступить лишь в октябре 1721 г. Впрочем, значимость его тогдашних наблюдений неоднократно ставилась под сомнение. Достигали ли они достаточно высокого уровня? И вообще, тот ли вид наблюдений требовался? Смогут ли ими воспользоваться будущие поколения астрономов? Способствовали ли они репутации Королевской обсерватории или нет? Более всего было, видимо, распространено мнение о том, что Галлей не достиг возможного. Grant (1852, с. 480) придал этому мнению определённую форму:

Тщательно исследуя эти наблюдения, Бейли заключил, что они не столь значимы, чтобы было желательным опубликовать их. Маскелайн уже сообщил Деламбру[1]*, что они вряд ли предпочтительнее наблюдений Флемстида. Галлей был действительно наделён разумом широкого охвата, исключительной проницательности и силы, но он, кажется, недооценивал привычку тщательного внимания, которая незаменима для достижения высокой степени совершенства в астрономических наблюдениях*.

В подстрочном примечании Грант подчеркнул это обстоятельство, привлекая внимание читателей на замечание Галлея (1716, с. 456):

Ut veram fatear, minuta secunda vel etiam dena secunda, instrumentis quantumvis affabre factis certo distinguere vix homini datum est.

Для Гранта, как и для Бейли, предельная точность в 10˝ была недостаточна. Мнение Гранта, видимо, стало широко известно, но и замечания Бейли (1852, с. 169), которые появились в печати в 1835 г., также должны были оказать сильное влияние. И представляется, что его критика относится к сути той точки зрения, в соответствии с которой наблюдения Галлея в Гринвиче были хуже наблюдений Флемстида, и, что просто плохи и небрежны.

Исследование статьи Бейли выявляет его разочарование невозможностью установить, какие из своих часов Галлей применял при различных наблюдениях. Важнее, она включает критические замечания, которые представляются справедливыми: Бейли считал, что Галлей не сделал того, что он, Бейли, считал необходимым: Галлей должен был без всяких уклонений следовать по пути Флемстида и наблюдать положение звёзд.

Но Галлей понимал положение иначе. Он хорошо знал, чего достиг Флемстид, потому что выпустил отредактированный вариант наблюдений в Гринвиче, и решил наблюдать Луну и планеты и в какой-то степени Солнце. Положение планет и Луны он измерял относительно тех звёзд, положение которых было уже установлено. Этот метод оказался удачным, потому что в 1731 г. он (1731 – 1732, с. 385) смог объявить о методе использования Луны для определения долготы на море с погрешностью не более 69 миль на экваторе. Но Бейли (там же, с. 181) замечает:

К сожалению, по мнению Галлея, или, скорее, быть может, по мнению его времени, частое и постоянное наблюдение неподвижных звёзд было второстепенным делом, особенно после того, как их уже наблюдали и был опубликован соответствующий каталог.

Но Бейли (там же) был вынужден объявить, что наблюдения, подобные выполненным Галлеем, были необходимы для решения проблемы долготы. Эта необходимость была настоятельнее, чем Бейли, видимо, представлял себе.

Forbes (1975, с. 80) недавно указал, что лунная теория Ньютона была в первую очередь основана на наблюдениях Луны либо во время её соединения с Солнцем, либо при противостоянии Солнцу. И к заслуге Галлея явно следует отнести его желание наблюдать Луну в других положениях. Это было жизненно необходимо для установления истинной лунной орбиты и таков был на самом деле разумный смысл его решимости пронаблюдать Луну на протяжении полного сароса[2]. Эту

честолюбивую программу, выполнение которой требовало 18 лет, он закончил в 1740 г. в возрасте 84 лет.

Можно несколько обоснованно сказать, что критика Бейли за отказ Галлея от повторения наблюдений звёзд Флемстидом или по крайней мере от продолжения трудов Флемстида была произнесена с благоприятной позиции последующего знания. Ввиду усилий последующих поколений астрономов, особенно таких, как преемник Галлея Брадлей, Бейли хорошо знал о преимуществах повторных высокоточных наблюдений. Во времена Галлея они лишь только становились понятными, и критиковать Галлея, как я полагаю, было анахронизмом.

Но указанная причина, видимо, не была единственной для неблагоприятного мнения Бейли о Галлее как о наблюдателе. В другом месте Бейли (с. 174 – 179) жалуется, что не смог точно установить, ни какие же новые инструменты Галлей применял, ни по каким часам регистрировал время. По рукописным журналам наблюдений, которые он исследовал, это было непонятно, по крайней мере, ему, хоть нет никаких свидетельств, что сам Галлей этого тоже не знал, даже если его записи не были столь ясными, какими могли бы быть. Более того, Бейли (с. 179) был раздражён тем, что Галлей часто регулировал свои часы. Он

Останавливал часы и замедлял или убыстрял их, и становилось трудно вывести их постоянный и регулярный ход в течение какого-либо времени.

Разумеется, неправильный ход часов затрудняет точность, однако для дифференциального измерения положения Луны относительно неподвижной звезды, притом что и край видимого диска Луны, и звезда находились в поле зрения телескопа в одно и то же время, погрешность во времени была не так серьёзна, как при наблюдениях пассажным инструментом. И так как время регистрировалось по звуку тиканья часов, точность вообще не могла быть особо высокой. И снова мы чувствуем, что Бейли был склонен пользоваться последующими знаниями. И он мог быть предубеждён против Галлея ввиду взаимной антипатии последнего и Флемстида. В конце концов, Бейли был стойким сторонником Флемстида и должен был критически относиться к тем, кто, как Галлей, вызывал раздражение у первого Королевского астронома.

Более значимо, чем строгая критика Бейли, возможно было замечание Маскелайна Деламбру (Галлей, *Phil. Trans. Roy. Soc.* за 1731 – 1732, с. 331 и след.) о том, что наблюдения Галлея не заслуживали публикации. Но быть может мы вкладываем в это замечание больше того, что в нём было. Маскелайн унаследовал инструменты и методы наблюдений у Брадлея, более совершенные, чем у Галлея, и, если на то пошло, даже чем у

Флемстида. Он поэтому понял, какие громадные улучшения в определении положения небесных тел были сделаны со времени Галлея, и мы могли бы ожидать, что он высказал подобное мнение Деламбру, чтобы [тот верно] мог составить историю астрономии и наблюдений[3]. И есть ещё одно обстоятельство, которое последующие комментаторы обычно упускают. Выдержка из книги Гранта показывает, что, по мнению Маскелайна, наблюдения Флемстида также не были достаточно высокоточными. Более того, он намекнул, что они были хуже[4]. Представляется, что можно обоснованно утверждать, что замечания Бейли были преувеличенными и односторонними.

Критика позиции Бейли согласуется с репутацией Галлея у его современников, которая основывалась на его прежних достижениях. К примеру, в возрасте 21 года он нанёс на карту южное небо, и это его достижение не было улучшено более 70 лет. Поражало, что это заслужило ему прозвище *южного Тихо*, которое ему присвоил сам Флемстид.

Его наблюдения в Гринвиче в качестве Королевского астронома были достаточно ценными и доказали практическую возможность определения долготы на море по наблюдениям Луны и несомненно весьма существенно побудили продолжать исследования в том же направлении. Легендарная точность, с которой имя *Гринвич* начало восприниматься, быть может было в основном вызвано наблюдениями таких астрономов, как Брадлей, Маскелайн и Понд, но они до предела использовали методы своего времени, и их достижения были основаны на успехах и неудачах своих предшественников, подобных Флемстиду и Галлею.

Королевским астрономом Галлей пробыл 22 года и наверняка немало способствовал репутации Гринвича. Результаты его смелой программы наблюдений быть может не зажгли воображения таких астрономов как Бейли, но его громадная репутация придала особый аромат астрономической зрелости тому, что на самом деле было ещё неиспытанным и незрелым учреждением.

Наблюдениями и репутацией не ограничивается вклад Галлея в Гринвич. В период 1720 – 1732 гг. из *места жительства наблюдателя,* как назвал его Рен, исходил постоянный поток научных статей, в том числе существенно значимых, например, две [заметки] о звёздной астрономии и статья об использовании наблюдений прохождения Венеры по диску Солнца для установления расстояния от Земли до Солнца[5]. И именно Галлей проницательно поощрил йоркширского часовщика-самоучку Джона Гаррисона: тот принёс маятник, изменение длины которого компенсировало изменение температуры, и

автоматически смазываемые подшипники. Галлей познакомил его с собственным изготовителем инструментов Джорджем Грехемом. Знакомство двух мастеров позволило Гаррисону сконструировать морской хронометр, который сделал его знаменитым, а девять лет позже сам Галлей смог увидеть первые хронометры, когда в 1737 г. Гаррисон показал первые из них в Бюро долгот.

Ещё одно достижение укрепило репутацию Гринвича, хотя только посмертно, а именно открытие периодического появления комет. Галлей, первый естествоиспытатель, который независимо применил новую теорию всемирного тяготения к астрономической проблеме, заключил, что орбиты по крайней мере некоторых комет эллиптичны и соответственно вычислил орбиту кометы 1682 г. Учитывая гравитационное влияние Юпитера, он смог уверенно предсказать её повторное появление поздним декабрём 1758 г. Своё открытие он опубликовал в 1705 г., но полный импульс его теория произвела только после действительного возвращения кометы примерно в предсказанном положении с ошибкой лишь в несколько дней относительно ожидаемого срока[6]. Существенная репутация Галлея ещё более укрепилась, что в свою очередь сказалось на славе Королевской обсерватории.

Представляется поэтому, что нам следует тщательно вдумываться и в замечание Гранта, и в суровую критику Бейли. Они склонны излишне подчёркивать одну сторону труда Галлея и слишком сильно искажать суждение о нём с точки зрения последующего знания. Конечно, он начал выполнять программу наблюдений в Гринвиче, будучи старше 60 лет и закончил её примерно в 85 лет, и это воспрепятствовало достижению той точности, которую Бейли считал столь необходимой.

Но Галлей разумно выбрал программу, которую смог удовлетворительно выполнить, что в конце концов было доказано её успехом. Учитывая и это, и другие достижения этого выдающегося человека, становится очевидным, что второй Королевский астроном был во всех отношениях достойным преемником Флемстида. И похвала на могильном камне Галлея возможно не была преувеличена:

Бесспорно величайший астроном своего времени.

Примечания

1. Деламбр выпустил несколько книг по истории астрономии, одну из которых рецензировал Бессель (1829). Он назвал эту книгу грудой сообщений, притом представляющую неполную и искажённую историю. Галлея Бессель назвал *прекрасным* и положительно отозвался о Флемстиде. К нашему переводу этой рецензии мы добавили высказывания Гаусса и Бесселя из их переписки друг с другом и с несколькими другими астрономами. В письме

Ольберсу 1829 г. Бессель назвал рецензированную книгу *очень плохой*. Переписка этих учёных была опубликована в Лейпциге в 1852 г.

2. Сарос длится около 18 лет, после чего Солнце, Земля и Луна занимают примерно то же взаимное положение, что и раньше.

3. См. Прим. 1.

4. В приведённой выдержке мы не нашли ничего подобного. Но в 1735 г. сам Бейли весьма критически отозвался о работе Флемстида (Шейнин 1973, с. 109).

5. Рен, крупнейший английский архитектор того времени, спроектировал Гринвичскую обсерваторию. Заметки Галлея о звёздной астрономии это Галлей (1720 – 1732a, b). Список публикаций Галлея см. MacPike (1932).

Автор выделил годы 1720 – 1732 быть может потому, что один из томов журнала относился к этому периоду. Журнал *Philosophical Transactions Royal Society* был частным изданием секретаря Общества, и *Royal Society*, строго говоря, не должно было указываться до 1752 г., когда он стал официальным журналом Общества.

Заметим, наконец, что показанные Галлею изобретения Гаррисона не требовали проницательности для оценки его способностей.

6. Эту комету назвали по имени Галлея.

Библиография

Шейнин О. Б., Sheynin O. (1973), Mathematical treatment of astronomical observations. *Arch. Hist. Ex. Sci.*, vol. 11, pp. 97 – 126.

Baily Fr. (1852), *Mém Roy. Astron. Soc*., vol. 8.

Bessel F. W. (1829) J. B. J. Delambre, *Histoire de l'astronomie des dix-hutième siècle.* Paris, 1827. *Jahrbücher f. wiss. Kritik*, Bd. 2, pp. 161 – 168; 179 – 200.
S, G, 79.

Forbes E. (1975), *Greenwich Observatory*, vol. 1. London.

Grant R. (1852), *History of Physical Astronomy from the Earliest Ages to the Middle of the Nineteenth Century*. London.

Halley E. (1716), *Phil. Trans. Roy. Soc.*

--- (1720 – 1732a), Of the infinity of the sphere of fixed stars. Ibidem, vol. 31, pp. 22 – 24.

--- (1720 – 1732b), Of the number, order and light of the fixed stars. Ibidem, pp. 24 – 26.

--- (1731 – 1732), *Phil. Trans. Roy. Soc.*

MacPike E. F. (1932), *Correspondence and Papers of E. Halley*. Oxford.

IV

Бернард Коэн

Галилей

I. Bernard Cohen, Galileo. *Scient. American*, Aug. 1949, p. 40 – 47

1. Быть может никто в анналах истории не известен так же хорошо, как Галилей. Но мнения, высказанные в литературе о его сочинениях, разнятся так, что рядовому учёному трудно выяснить, чего именно он достиг. Некоторые авторы сообщили, что он был эмпириком, который ввёл *научный метод* при изучении *общих истин природы* и ссылаются на его предположенное открытие законов падения тел по тщательному наблюдению падения шаров неравного веса, выроненных с Пизанской наклонной башни. Другие утверждают, что, напротив, Галилей никогда не изучал ничего экспериментально, а лишь применял опыт для проверки результатов, полученных математическими рассуждениями и дедукцией, исходя при этом из априорных предположений.

Многие исследователи называют Галилея отцом современной науки, другие убеждают, что почти все его достижения исходили из результатов позднего Средневековья. Немало комментаторов соглашаются с Сэром Дейвидом Брюстером, который назвал Галилея одним из *мучеников науки*. Другие принимают замечание А. Н. Уайтхеда о том, что наказание Галилея папской инквизицией было лишь

Почётным содержанием под стражей под арестом и мягким выговором перед мирной смертью в собственной постели[1].

Что же должен делать учёный, когда ему приходится выбирать между прямо противоположными точками зрения таких уважаемых авторов? Пример Галилея доставляет один из лучших доводов в пользу необходимости дальнейшего изучения истории науки. Чтобы понять истинную значимость успехов Галилея в физике и астрономии, мы, конечно же, должны ясно представить себе картину охвата и сути науки того дня, затем познать историю физической науки опять же с того времени, чтобы оценить те элементы, которые, которые оказались наиболее полезными для развития науки.

Трудности в истолковании Галилея происходят в большой части ввиду сути его собственных мыслей и сочинений. Он жил в тот благотворный период, который отмечает конец Средневековья и Возрождения и начало эры современной науки. Одна его нога оставалась в прошлом, вторая шагала в будущее. Скажем поэтому, что попытка уладить все противоречия в

различных истолкованиях, которые появились за последнее столетие, потребует неоправданного тщеславия. И всё же выявляются некоторые ясно очерченные стороны успехов Галилея.

Он был физиком, астрономом и математиком. Его первый значимый вклад в астрономию появился в 1604 г., в его бытность профессором в Падуе, в должности, которую он занял в 1592 г., 28 лет от роду. На небе появилась новая звезда, которая возбуждала громадный интерес учёных, студентов и неспециалистов.

В публичной лекции Галилей показал на основе тщательных наблюдений, что Новая была действительно звездой, а не просто метеором в земной атмосфере: она не имела параллакса, т. е. должна была находиться на очень большом удалении, среди звёзд, далеко за пределами Солнечной системы. Галилей кроме того предсказал, что Новая будет видна лишь недолго, а затем исчезнет во мраке[2].

Нам трудно представить храбрость этого утверждения. Внешний мир в основном понимался в соответствии с Аристотелем. Верили, что небо совершенно и неизменно, не подвержено ни развитию, ни разложению. Изменяться могла только Земля, центр вселенной, и земные законы физики существенно отличались от небесных законов.
Немедленно последовали столкновения с последователями Аристотеля. Один из биографов Галилея, J. J. Fahie [1909], заметил, что они, вероятно, были так же *обеспокоены появлением Новой*, как и Галилеем, *который открыто и убедительно обратил на неё внимание*.

В любом случае Галилей оказался лучшей мишенью, чем звезда. Он никогда не уклонялся от полемик и воспользовался случаем, чтобы отвергнуть древнюю физику Аристотеля, которую считал недостаточной, а вместе с ней и птолемееву или геоцентрическую систему мира.

2. Галилей уже какое-то время был убеждённым коперниканцем, хоть и не посмел опубликовать свои доводы. В письме Кеплеру он заметил, что *опасался судьбы нашего мастера, Коперника*[3].

Но вскоре после своего изучения Новой ему представилась исключительная возможность подтвердить идею Коперника. Произошло важнейшее событие в его астрономической карьере.

Месяцев десять тому назад до наших ушей дошёл слух, что некоторый нидерландец приготовил подзорную трубу, при помощи которой некоторые зримые предметы, хотя бы удалённые на большое расстояние от глаза наблюдателя, были отчётливо видны, как бы вблизи[4]; *о её удивительном действии*

рассказывали некоторые сведущие. Им одни верили, другие же их отвергали. Через несколько дней после этого я получил письменное подтверждение от благородного француза Якова Бальдовера из Парижа. Это было поводом для того, чтобы я целиком отдался исследованию причин, а также придумыванию средств, которые позволили бы мне стать изобретателем подобного прибора. Немного погодя я сделал себе свинцовую трубу, по концам которой приспособил два оптических стекла, оба с одной стороны плоские, а с другой первое было сферически выпукло, а второе вогнуто.

В великом *Звёздном вестнике* (Венеция, 1610) Галилей описал свою работу над телескопом. На это изобретение притязают несколько независимых человек, но Галилей несомненно был первым, кто применил его для наблюдения небесных тел. То был первый опыт в истории человека. Тысячелетия небо наблюдали только невооружённым глазом, и никто не знал, какие великолепия существуют за пределами прежних возможностей. Куда только Галилей не направлял свой телескоп, он находил необычайные и поразительные факты.

Он начал с исследования Луны и заключил, что

Поверхность Луны нигде не совершенно ровная, она не свободна от неравенств и не точно сферическая, как считает обширная философская школа относительно Луны и других небесных тел. […] *Напротив, она изобилует неравенствами и неровностями, впадинами и возвышенностями так же, как поверхность самой Земли, которая повсюду изменяется высокими горами и глубокими долинами*.

Галилей даже определил высоту лунных гор, и порядок его результатов сходится с современными результатами. Вначале он полагал, что тёмные и светлые области на поверхности Луны представляют сушу и воду, но следует помнить, что даже сегодня начинающие изучать астрономию и впервые наблюдающие Луну или рассматривающие её фотографии представляют себе то же самое.

3. Затем Галилей обратился к звёздам и сразу же заметил различие между неподвижными звёздами и планетами или блуждающими звёздами.

Диск планет совершенно круглый, будто очерчен циркулем, и выглядят они как небольшие луны, полностью освещённые и шаровидные. Но неподвижные звёзды не представляются невооружённому глазу [так, будто они] *ограничены окружностями, а скорее похожи на пятна света, выбрасывающие лучи во все стороны и очень сильно сверкающие. При наблюдении в телескоп их форма та же* […].

Галилей также заметил, что телескоп предоставляет возможность увидеть

Громадное число других звёзд, которые избегают взгляда невооружённого глаза; их почти невероятно много.

Следующим объектом наблюдения был Млечный путь, который, как он поразился, оказался

Просто массой неизмеримого числа звёзд, расположенных скоплениями.

Более того, все *туманности*, чья природа долго время служила предметом споров, также оказались массами звёзд.

Напоследок Галилей оставил в своём отчёте

Объект, который, как представляется, следует считать самым важным в этом труде. Я должен поэтому заявить и опубликовать для всего мира открытие и наблюдение четырёх ПЛАНЕТ, которые не были замечены с самого рождения мира до сего времени. […]

Седьмого января 1610 г. он наблюдал Юпитер и заметил,

Что три звезды, небольшие[5]*, но очень яркие, были близки к планете. Хоть я полагал, что они принадлежат неподвижным звёздам, они заставили меня несколько удивляться, потому что показались расположенными в точности по прямой, параллельной эклиптике, и были ярче, чем остальные звёзды, равные им по величине* […]. *На востоке Юпитера были две звезды и одна звезда западнее*. […] *Но когда 8-го января, будто побуждаемый каким-то роком, я снова взглянул на ту же часть неба, то увидел совсем другое состояние: три маленькие звезды, все западнее Юпитера и ближе друг к другу, чем в прошлую ночь. Они были отделены друг от друга равными интервалами* […].

Ночь за ночью Галилей продолжал наблюдать эту группу *звёзд* и, наконец,

Решил без колебаний, что три звезды в небе вращались вокруг Юпитера так же, как Венера и Меркурий вокруг Солнца. Постепенно, после многочисленных дальнейших наблюдений, это стало совершенно ясно.

Эти наблюдения также установили, что существовали не три, а четыре блуждающих небесных тел, вращающихся вокруг Юпитера.

Галилей написал, что открытие четырёх лун Юпитера, которые он назвал *планетами*, доставило

Примечательный и прекрасный довод, чтобы рассеять сомнения тех, кто мог стерпеть вращение планет вокруг Солнца в системе Коперника, но был столь обеспокоен вращением одной Луны вокруг Земли, […] *потому что сейчас у нас есть не только одна планета, вращающаяся вокруг другой*, […] *но четыре спутника, которые обращаются вокруг Юпитера как Луна*

вокруг Земли, притом вся система движется по громадной орбите вокруг Солнца за двенадцать лет.

Галилей обнаружил ещё один важный факт: Венера имеет такие же фазы, как Луна, она растёт и убывает от полного диска к тонкому серпу.

Наблюдение этих чудесных явлений доставляют нам наиболее убедительное решение двух очень важных проблем, притом привлекательное для наших органов чувств. До сего дня они обсуждались величайшими мыслителями, которые приходили к различным выводам.

Одно из [наших] *заключений: планеты сами по себе не светятся* (*если можно полагать про Меркурий то же, что и для Венеры*). […] *Второе: мы просто обязаны сказать, что Венера* (*и Меркурий*) *вращаются вокруг Солнца, как и все остальные планеты. В эту истину верили в пифагорейской школе, верили Коперник и Кеплер, но её никто не доказал свидетельством наших чувств, как теперь доказано в случае Венеры и Меркурия*.

Открытие фаз Венеры бросало непосредственный вызов общепринятой птолемеевой системе. В соответствии с ней Венера двигалась по эпициклу, т. е. по круговой орбите с центром, который неизменно находился между Землёй и Солнцем. Но тогда Венеру, отражающую солнечный свет, как показал Галилей, можно было бы увидеть в её некоторых серповидных фазах, но мы никогда не смогли бы ожидать её в виде полукруга, круга или любой другой промежуточной фазе. Но Галилей увидел все эти фазы[6].

4. Открытия Галилея сделали систему Коперника *философски разумной*, потому что показали, что Земля схожа с другими планетами и Луной. Наблюдая тёмную половину четверти Луны, которая была слабо освещена сиянием Земли, он показал, что это сияние было таким же, как у других планет. При наблюдении с Луны или Венеры она показала бы подобные же фазы.

Земля честно и благодарно оплачивает Луне сияние, подобное тому, которое она получает от Луны почти всё самое тёмное время ночи.

Солнце, однако, сияло само по себе и таким образом выделялось от Земли, Луны и планет. Будь любое тело специально назначено быть в центре вселенной, оно, конечно, оказалось бы Солнцем, а не Землёй. И в качестве модели этой картины солнечной системы с Солнцем в центре и сопровождающими планетами, обращающимися вокруг него, был ещё Юпитер с четырьмя спутниками, которые обращались вокруг него таким же образом.

Труд жизни Галилея выявляет единство цели и достижений, которое редко встречается у учёных. Его сочинения по механике

подходили к трудам по астрономии подобно примыкающим кусочкам паззла. Его труды ясно показывают, что он был в душе любитель приборов, обладавший верным механическим чутьём, и изобретательным гением. Одним из его самых ранних открытий было установление того, что полное качание маятника неизменно происходило за одно и то же время вне зависимости от длины качания. И он сразу же применил это открытие для изобретения прибора для механической регистрации и сравнений частот пульса.

Помимо указанной врождённой склонности Галилей был сильно привлечён к этой теме потому, что по меньшей мере частично относил её к космологической науке, к звену между земными и небесными явлениями. Если бы ему удалось отыскать законы движения на Земле, он смог бы применить их к движению планет и звёзд[7]. Он хотел показать, что, приняв систему Коперника, можно было бы понять, что планеты движутся в соответствии с регулярными и простыми законами, а не, как в прежней теории, ведомые каждая в отдельности *особым разумом*.

Отыскивая единую науку механику, которую можно было бы применить в равной степени и к небу, и к Земле, Галилей, конечно же. оказался в современности, тогда как понятия Аристотеля резко различали движения на Земле и Луне и в *надлунной небесной вселенной*.

В подлунном мире *естественное движение* происходило по прямой. Яблоко падало вертикально, потому что было *тяжёлым*. Заставить его падать как-то иначе, противно его природе, потребовало бы *сильного движения*. Но в надлунном мире естественным было круговое движение небесных тел, что и подобало совершенному материалу, из которого они состояли.

Установив схожесть Земли, Луны и планет, которая указывала, что они должны подчиняться одним и тем же законам, Галилей свёл земные и небесные явления в единую физику. Можно считать, что революцию в физическом мышлении, которую он произвёл, сосредоточило людское внимание на изменения и движения.

Он доказал, что даже Солнце, самое *совершенное* небесное тело, было подвержено изменению. Действительно, при наблюдении в свой телескоп, Галилей[8] увидел переменные пятна! Во всяком случае, как он заметил, в непреложности и низменности состояния не было *великой заслуги*, а изменчивость Земли не *испортила* её[9]:

По моему мнению, Земля весьма благородна и замечательна ввиду непрерывных и столь многочисленных изменений, перемен и порождений. Без всяких изменений она была бы громадной кучей песка, или массой яшмы, или […] *продолжала бы существовать*

как необъятный хрустальный шар, на котором никогда ничего не росло, не переделывалось и не изменялось бы.

Я бы тогда считал её глыбой, бесполезной для мира, и, одним словом, излишней. […] *Можно ли представить себе большее безрассудство, чем объявление жемчуга, серебра и золота драгоценным, а Землю и грязь – отвратительным? Разве те, кто так думает, не понимает, что, будь у нас так же мало земли, как жемчуга и драгоценных металлов, любой князь отдал бы кучу бриллиантов и рубинов и много золота за столько земли, сколько нужно, чтобы в небольшом горшке посадить жасмин или комнатный мандарин. Он ведь увидит, как мандарин проращивается, вырастает и покрывается такими миловидными листьями, такими благоухающими цветами и столь изысканными фруктами. Только толпа ценит редкость и презирает изобилие.*

5. Мы рассмотрим лишь три стороны механики Галилея: закон падения тел, принцип инерции и разложение и составление независимых движений. Указанный закон – наиболее прославленное открытие Галилея. Современная наука показала, что его труды о падении тел были оригинальны не так ввиду собственного высказывания закона, как в его применении.

Аристотель заявил, что скорость падающего тела зависит от сопротивления среды. Камень очевидно быстрее упадёт в воздухе, чем в воде. Он также сказал, что при падении двух тел в сопротивляющейся среде, подобной воздуху, их скорость будет зависеть от веса.

Многие ещё до Галилея усомнились в этом. В VI в. Иоанн Филопон экспериментально доказал противное, Галилей же подошёл к этой проблеме дедуктивно и математически без непосредственных опытов. Он рассмотрел два возможных равномерно ускоренных движения, начавшихся из положения покоя: скорость пропорциональна либо расстоянию падения, либо пройдённому времени.

Первое предположение приводило к явному противоречию, и он принял второе, т. е. ныне известный закон: скорость равна произведению ускорения на время: $v = at$. Затем он применил хорошо известное доказательство того, что равномерно ускоренное тело проходит расстояние s за время t, равное расстоянию падения за то же время со средней скоростью, и вывел соотношение, равносильное уравнению $s = {}^1/_2at^2$.

Для контроля Галилей предложил эксперимент как бы *ослабляющий тяжесть*, так что можно было определять время сравнительно медленного движения по водяным часам. В этом опыте он применил свою важную теорему о сложении движений.

Тело падает по наклонной плоскости под действием двух составляющих, горизонтального движения (движения вперёд) и вертикального (движения падения). Они не зависят друг от друга. Грубый контроль Галилея доказал, что указанное соотношение очевидно действовало при движении по наклонной плоскости, и он заключил, что оно будет действовать для свободно падающего тела.

То был типичный пример метода Галилея в физике. Следует представить себе условие заданного состояния, математически сформулировать [его] и вывести разумные заключения. Затем, если это представляется необходимым, грубо проконтролировать их, чтобы убедиться в том, что результат верен. Он экспериментально проверил себя, измерив время падения латунного шара вдоль жёлоба. Повторив опыт *около ста раз*, изменяя расстояния и углы наклона плоскости, Галилей установил, что время падения было согласовано с законом, уклонения же *не стоило упоминать*.

Это последнее замечание означало, что он заранее всё решил, потому что грубые условия эксперимента никак не привели бы к точному закону. На самом деле уклонения были так велики, что его современник Марен Мерсенн [1588 – 1648] не смог воспроизвести полученные результаты и даже усомнился в том, что Галилей когда-либо произвёл этот опыт.

Сочтя, что знает закон падения тел, Галилей сразу же задумал применить его. Он хорошо знал, что этот закон будет точно выполняться только в идеальных условиях, т. е. при отсутствии сопротивляющейся среды, но всё же решил приложить его к падению тел в воздухе, потому что заметил, что при падении тяжёлого тела, подобного пушечному ядру, влияние сопротивления воздуха незначительно.

Не забывая, что движение в воздухе слегка отклоняется от идеального случая, Галилей затем применил свои принципы к определению траектории тела в воздухе. В соответствии с его анализом, это тело, подобно шару на наклонной плоскости, имело две независимые составляющие движения, горизонтальную и вертикальную. Если пренебречь небольшим влиянием сопротивления воздуха, ядро, выпущенное горизонтально из орудия, каждую секунду будет проходить одно и то же расстояние. Но оно сразу же начнёт падать, в первую секунду на 16 футов, затем, в следующие секунды, на 48, 80 футов и т. д. Траектория ядра будет поэтому параболой. Здесь мы видим совершенно новое открытие величайшего практического значения для новой науки определения расстояний для артиллерии.

Анализ Галилея косвенно включал другую совершенно новую идею: принцип инерции. Он не упомянул этого прямо в своих предположениях о движении ядра, но применил теорему о том, что при отсутствии действующей внешней силы тело будет продолжать равномерное движение по прямой.

Галилей сформулировал революционное понятие, которое противоречило всей прежней физике: равномерное движение по прямой физически равносильно состоянию покоя. Тем самым он преобразовал науку механики, переведя её со статической на кинематическую основу.

Эти новые принципы впервые полностью объяснили механику коперниканской вселенной. Теперь можно было понять, почему камень, выпущенный из рук с башни, падает у её основания, хоть Земля двигалась за это время; почему камень, выпущенный из рук с вершины мачты движущегося судна, падает у её подножья, несмотря на это движение.

Галилей указал, что до своего падения камень перенимает поступательное движение судна, и что оно сохраняется при падении, потому что движения вперёд и вниз независимы. Поэтому наблюдатель, находящийся на судне, не сможет решить по этому опыту находится ли оно в покое или движется равномерно. Иными словами, он в состоянии различить эти состояния только по отношению наблюдаемой внешней системе. Таков был принцип относительности Галилея:

По отношению к Земле, к башне и к нам самим, движущимся как одно целое ввиду суточного движения вместе с камнем, это движение как бы не существовало.

6. Сейчас читатель может спросить про историю о знаменитом опыте, в котором Галилей уронил два шара различного размера и веса с наклонной Пизанской башни. Да, где-то и когда-то он так и сделал и обнаружил, что они не упали с таким громадным различием, которое предсказывал Аристотель. Но современная наука, видимо, указывает, что Галилей никогда не проводил этого опыта с Пизанской башни, по крайней мере публично.

Галилей разрабатывал свою физику мысленно, при помощи верных размышлений и математически правильно, но не индуктивно, не по опыту. В период своего пребывания в Пизе, до переезда в Падую, он написал:

Но, как всегда, мы пользуемся рассуждениями больше, чем примерами (*потому что отыскиваем причины последствий, которые не выявляются экспериментально*).

Ему нравилось применять то, что можно назвать *мысленным экспериментом*, воображением последствий без непосредственного наблюдения. Действительно, при описании движения шара, опущенного с мачты движущегося судна в

Диалоге о двух главнейших системах мира, последователь Аристотеля, Симплиций, спрашивал, произвёл ли он опыт, Галилей же ответил:

Нет, и я в нём не нуждаюсь, потому что без всяких экспериментов могу утверждать, что так оно и будет, ибо иначе этого не может быть[10].

Чтобы опровергнуть предположенные результаты аристотелевой логики, Галилей фронтально атаковал последователей Аристотеля. К примеру, он указал:

Возможно, что мастер прекрасно изготовляет органы, но играть на них не умеет; он может быть великим логиком, но неопытным в применении логики. Многие теоретики понимают всё искусство поэзии, но неудачно сочиняют хотя бы четыре строчки. Другие усвоили все предписания Винчи, но не смогут нарисовать скамейку[11].

Игру на органе преподают не те, кто умеет изготавливать их, а те, кто умеют играть на них. Поэзию учат непрестанным чтением поэтов; рисовать портреты учатся постоянными занятиями живописи и черчением; доказательствам, по книгам, в которых полно доказательств, притом не логических, а математических.

По поводу обращения Аристотеля к опыту чувств Галилей спрашивает:

Разве он сходным образом не утверждает, что мы должны предпочитать то, что указывают чувства, всем доводам, хоть по виду они не столь хорошо обоснованы? И разве он не говорит этого без малейшего сомнения или колебания?

Симплиций, последователь Аристотеля, отвечает: *Да, так он говорит*. И Галилей:

Вы сможете доказывать это более по-аристотелевски, если скажете, что небо неизменно, ибо так говорят мне мои чувства, чем если бы вы сказали: небо неизменно, потому что логика так и убедила Аристотеля. Более того, мы можем рассуждать о небесных явлениях много лучше его. Он ведь признал, что познание неба затрудняет его, потому что оно далеко от чувств. Тем самым он признаёт, что тот, кому чувства лучше представят небо, сможет более достоверно философствовать о нём. Мы теперь с помощью телескопа придвинулись в 30 или 40 раз ближе к нему, чем когда-либо был Аристотель. Мы можем открыть в них сотню вещей, которых он не мог видеть, в частности пятна на Солнце, которые были для него абсолютно невидимы[12]*. Мы можем рассуждать о небе и Солнце более достоверно, чем Аристотель.*

Сочинения Аристотеля изобилуют ссылками на непосредственные наблюдения, на экспериментальные факты. В

этом смысле он построил свою науку в некоторой степени на эмпирической основе. Но ни в каком смысле он не был таким эмпириком, каким авторы XIX в. пытались представить его. Будучи тонким наблюдателем, он не был тщательным экспериментатором, и лишь ошибочность составления истории в обратном порядке заставила нас видеть в нём терпеливого исследователя, который лишь неохотно формулировал выводы после длительных опытов. И его описывают как более позднего учёного, прототипом которого вполне мог быть Роберт Бойль.

Важнейший общий вклад Галилея состоял в мысли, что математика была языком движения, а изменения следовало описывать математически, чтобы выражать их всеобщность и необходимость, равно как и возможность приложения к реальному миру опыта.

Высмеивая нумерологическую сторону платонизма, он заявил в самом начале *Диалога*:

Я прекрасно знаю, что пифагорейцы выше всего ставили науку о числах и что сам Платон удивлялся уму человеческому и верил, что он причастен божеству лишь потому, что способен понимать природу чисел. И я готов присоединиться к этому мнению.

Что сама природа *предпочитает целые числа*, было показано в открытии Галилеем того, что падающее тело движется так, что его скорость находится в соотношении целых чисел 1, 2, 3, … Расстояния падения в последовательные секунды находятся в соотношении нечётных чисел 1, 3, 5, … Важнейшее влияние на мысли Галилея несомненно оказал Архимед, который, однако, построил геометрию покоя, а не движения, как Галилей.

7. Конечный результат трудов Галилея состоял в добавлении новых свидетельств в пользу теории Коперника и обеспечения механического логического обоснования её действия. Одним из свидетельств успешности его деятельности была вызванная им враждебность. На закате жизни его вовлекли в столкновение с папской инквизицией. Галилей придерживался мнения, которое он выразил в своём знаменитом письме Великой герцогине Кристине: Священное писание не имело конечной целью обучение науки.

Он заявил, что язык Библии не следует понимать буквально. Так, вращение Солнца вокруг Земли, [косвенно] описанное в Библии, не являлось утверждением геоцентрической системой, а просто выражением обычной жизни. В том же духе мы всё ещё говорим о восходе и заходе Солнца[13]. Галилей поэтому считал, что можно принять систему Коперника, оставаясь верным католиком, нисколько не опровергавшим Священного Писания.

Оставайся Галилей в Падуа, которой правила Венеция, не зависимая от юрисдикции пап, ему не пришлось бы предстать перед инквизицией. Но, ставши известным ввиду своих прежних телескопических открытий, он решил переехать во Флоренцию. Существует обширная и легкодоступная литература о суде над Галилеем и его осуждении, но мы здесь [почти] не останавливаемся на этой теме.

Во время заточения в тюрьме инквизиции Галилея не пытали, но он знал, что других в ней пытали, и что не так давно Джордано Бруно сожгли живьём. Это наверняка подействовало на него, на человека 69 лет от роду с плохим здоровьем. В 1633 г. три врача попытались предотвратить суд над ним и засвидетельствовали:

Все эти симптомы заслуживают быть принятыми во внимание, поскольку при их малейшем усилении они могут стать опасными для жизни.

Бедный человек, который ранее стремился бороться с теми, кто отрицал бы новые истины, был теперь сломлен действиями Святой палаты той церкви, которой он был неизменно предан. После повторных допросов он *сознался*[14]

Я, Галилео Галилей, сын покойного Винченцо Галилея из Флоренции, […] *явившись лично в суд и преклонив колена перед вами, Высокопреосвящённейшие и достопочтеннейшие кардиналы Генеральной Инквизиции по ереси всего христианского мира, имея перед глазами Священное Евангелие, но которое возлагаю руки, Клянусь, что всегда верил, верю и ныне и с помощью Божьей и впредь буду верить во всё то, чего держится, и чему учит Святая католическая и апостольская церковь.*

После того, как предписанием Святой инквизицией мне было официально приказано, что я должен совершенно отказаться от ложного мнения, будто Солнце есть центр мира и не движется, а Земля не есть центр и движется, и что нельзя держаться, защищать и преподавать [это] *каким бы то ни было образом* […]. *Посему, желая изгладить из голов Ваших Высокопреосвященств и каждого верующего христианина это сильное подозрение, справедливо питаемое ко мне, я с чистым сердцем и непритворной верой отрекаюсь, хулю и проклинаю вышеназванное заблуждение и ереси и вообще все и вся заблуждения и ереси и секты, противные Святой церкви, и клянусь, что впредь никогда более не буду высказывать и утверждать вещей, из-за которых можно было бы питать ко мне подобное подозрение; если же я узнаю какого-нибудь еретика или заподозренного в ереси, то донесу на него в эту Святую канцелярию, или же инквизитору, либо ординарию в той местности, где буду находиться*[15]. […]

Можно лишь удивляться неукротимому духу, который позволил Галилею, опозоренному, отбывающему наказание, больному, основной труд которого был внесён в *Индекс запрещённых книг*, закончить свою последнюю большую работу, *Новые науки*, тайно устроив её публикацию[16]. И сегодня мы можем только задавать себе вопрос: *Была ли битва за свободу веры действительно выиграна*? Мы можем только повторить трагическое заявление Галилея:

Философия желает быть свободной!

Примечания

1. Это странно. Галилей был арестован, но ненадолго и содержался не в самой тюрьме, а где-то неподалёку, но что в этом было *почётным*? Если его и пытали, то сравнительно мягко, но ведь его заставили отречься от коперниканства и доносить на еретиков, см. § 7.

2. В то время измерение параллаксов звёзд было невозможно (и вплоть до Бесселя система Коперника не была окончательно доказана). Астрономов, правда, интересовало лишь место Новой (*под Луной* или среди неподвижных звёзд), но и это нельзя было решить, и Галилей скорее почувствовал верный ответ. См. Hald (1990, с. 149 – 160) и Шейнин (2013, § 2.2.3).

3. Это неясно: Коперника не преследовали.

4. Об изобретателях телескопов см. Гуриков (1980). Выдержку автор выписал из *Звёздного вестника* Галилея, см. Библиографию. Несмотря на своё название, журнал, в котором он опубликовал свою статью, не указывает никаких библиографических сведений (зато публикует много, притом иногда ненужных фотографий).

5. Чуть ниже и в других местах Галилей прямо упоминает величину звёзд (притом не в современном, а в геометрическом смысле). Он ещё не знал, что эта *величина* не могла быть определена даже качественно. Другая неточность, также допущенная в нескольких местах, состояла в совпадении центров Солнечной системы и вселенной. Упомянем, наконец, что у Юпитера ныне известно несколько десятков спутников.

6. Эти фазы заметны людям с исключительно острым зрением. По свидетельству Гаусса, о них знала его мать.

7. О каком движении звёзд могла идти речь? Ср. Прим. 5.

8. О наблюдении солнечных пятен до Галилея см. Шейнин (2013, § 2.2.3). Там, в частности, указано, что по наблюдению этих пятен Галилей установил, что Солнце вращается вокруг своей оси и довольно точно определил угловую скорость этого движения.

9. Это выдержка примерно со с. 59 *Диалога* Галилея, см. перевод 1948 г. этого сочинения.

10. Выдержка со с. 117 *Диалога*. Галилей считается основателем экспериментальной физики, но сведения, сообщаемые автором, плохо согласуются с этим утверждением.

11. Автор (в конце с. 45) упомянул не Леонардо да Винчи, а Cinci и не скамейку, а stoole, т. е. слово, не существующее в современном английском языке. Мы исправили его текст по с. 42 *Диалога* Галилея. Он вообще был небрежен, допустил с полдюжины орфографических ошибок, например, pretious вместо precious.

12. См. Прим. 8.

13. Аналогично поступил Кеплер в Предисловии к своей *Новой астрономии* (1609/1992, 2015). Преследованиям он не подвергнулся, быть может, потому, что эту книгу наверняка прочли лишь немногие. Известно, однако, что мать Кеплера избежала вероятной смерти за *колдовство* только потому, что Кеплер дал ей разумный совет (Sheynin 1974, с. 107).

14. Перевод из книги Дмитриев (2015); мы использовали её текст без пагинации в интернете.

15. В тексте отречения вина Галилея ограничена его приверженностью теории Коперника, но о том, что он говорил об этой теории как вероятной, не сказано ничего, и уж тем более, как и в приговоре, не упоминалось о его трактовке гелиоцентризма *в абсолютной манере*. Между тем, согласно правилам церкви, виновный должен был отречься от каждой ереси, в которой его обвиняли. Дмитриев

Это замечание противоречиво: вначале говорится, что инквизиция усугубила *вину* Галилея, затем, что она эту *вину* смягчила. О. Ш.

16. Точное название этой книги и выходные данные её русского перевода см. в Библиографии.

Библиография

Г. Галилей

(1610, латин.), *Звёздный вестник. Избр. тр*., т. 1.

(1632, итал.), *Диалог о двух главнейших системах мира*. М. – Л., 1948. Также в *Избр. тр*., т. 1.

(1638, итал.), *Беседы и математические доказательства двух новых наук*. М. – Л. 1948. Также в *Избр. тр.*, т. 2.

(1964), *Избр. труды*, тт. 1 – 2. М.

Другие авторы

Гуриков В. А. (1980), История создания телескопа. *Историко-астрономические исследования*, вып. 15.

Дмитриев И. С. (2015), *Упрямый Галилей*. М.

Шейнин О. Б., Sheynin O. (1974), Prehistory of the theory of probability. *Arch. Hist. Ex. Sci*., vol. 12, pp. 97 – 141. **S, G,** 30.

--- (2013), *Теория вероятностей. Исторический очерк*. Берлин. **S, G,** 11.

Hald A. (1990), *History of Probability and Statistics and Their Application before 1750*. New York.

Kepler J. (1609, Latin), *New Astronomy*. Cambridge, 1992, 2015.

V

Эйлер обдуман заново. Очерки к трёхсотлетию.
Редактор Роджер Бейкер

Roger Baker, Editor, *Euler Reconsidered. Tercentenary Essays*.
Heber City, UT, 2007

Майкл Эккерт, Математика для короля. Был ли Эйлер непрактичным теоретиком?
Michael Eckert, Mathematics for the King: was Euler an impractical theorist? (Roger Baker, pp. 11 – 38)

Эйлер считался математическим гением, но, в соответствии с расхожим мнением, его талант заканчивали там, где теории противостояли задачи более практического характера. Так, Bell (1937, с. 168 – 169) заметил, что Эйлер

Позволял своей математике отрываться от реальности. Физическая вселенная была для него полем для математики, вряд ли очень интересной самой по себе. И если она не могла соответствовать его анализу, то именно она ошибалась.

Фундаментальные трактаты Эйлера по механике твёрдых тел и гидродинамике были вкладом в эти дисциплины, но историк физики Hermann (1991, с. 80 – 81) заявил, что

Математически гениальный Эйлер был второсортным физиком.

Другой физик, Perkovitz (1999, с. 38), комментировал неисправную работу фонтанов в Сан-суси:

Эйлер применил свои уравнения для конструирования фонтанов для Фридриха Великого, но они так и не заработали. К сожалению, он не учёл влияния трения, что привело к смущающим практическим последствиям.

И вот историк техники Klemm (1982, с. 201) описал неудачу Эйлера как пример тщетных попыток приложения математики к задачам практики в эпоху Просвещения:

В 1749 г. Фридрих Великий повелел Эйлеру сконструировать машину для подъёма воды для фонтанов в Сан-суси. Но теорию Эйлера нельзя было применить на практике.

Эти описания деятельности Эйлера на службе короля Пруссии представляют удручающие примеры вошедшего в поговорку разрыва между теорией и практикой. И всё же эти примеры не сообщают никаких технических подробностей, так что слава Эйлера как *гения математики, но второсортного физика* не подтверждена фактически.

Более основательный анализ гидравлической проблемы в Сан-суси не только не выявляет ни малейшего подтверждения того, что для Эйлера явления окружающего мира *вряд ли были особо интересны сами по себе*, – он, этот анализ, привёл к противоположному выводу. Квалифицированное мнение Эйлера о машине для подъёма воды было физически разумно и могло бы справиться с неудачей, но к его совету не прислушались (Eckert 2002).

Ниже я обсуждаю разветвление трудов Эйлера на теоретические и практические в более широком плане. Я начну с общего обзора его участия в практических делах как академика XVIII в. в различных областях от кораблестроения и баллистики до лотерей (§ 1). Среди многих дисциплин, в которые Эйлер внёс вклад своими трактатами и мемуарами, я выбрал гидравлику в качестве образца для более близкого ознакомления (§ 2). Наконец (§ 3), я постараюсь объяснить, как Эйлер стал моделью чистого и практически бесцельного теоретика, хоть на самом деле он представлял прекрасный пример учёного-практика своего века.

1. Академическая деятельность в эпоху Просвещения: морская наука, баллистика, лотереи

Для оценки практических успехов Эйлера следует осведомиться о научных усилиях XVIII в. в институтском и социальном контексте. Начиная с истоков *Nuova Scienzia* Галилея в XVI и XVII вв. исследовательская деятельность стала институтской, оказалась под покровительством академий, часто финансировалась и опекалась высшими государственными лицами.

К середине XVIII в. Парижской академии наук и аналогичным научным обществам поручали множество исследований в государственных интересах. В наше время значение прилагательного *академический* изменилось по сравнению с эпохой Просвещения. В XVIII в. академии, подобные парижской, петербургской, берлинской, работали в королевских или императорских интересах как государственные учреждения (Hankins 1985).

Члены академий имели постоянные оклады и были обязаны проводить различные исследования, часто экономического, политического и военного характера. Свои результаты они сообщали на периодических собраниях и публиковали их в трудах академий. Кроме того, они были обязаны представлять квалифицированные мнения, когда только это требовалось. Те проблемы, с которыми не удавалось быстро справиться, нередко предлагались желающим с выдачей премий за их решение.

В 1727 г. в возрасте 20 лет Эйлер представил Парижской академии наук сочинение (E 4)[1] на предложенную морскую тему:

за наилучшее расположение мачт на парусных суднах предлагалась премия. Премия досталась другому, но в течение своей жизни Эйлер получил двенадцать премий, пять из них за решение морских проблем. Но в том году он был уважительно упомянут Академией и стал известен как подрастающий талант.

Позже в том же году Эйлер был принят в недавно учреждённую Императорскую академию России, и морские науки оказались одной из основных тем его исследований.

Другой темой громадного военного значения была баллистика. Почти сразу же по прибытии в Петербург в мае 1727 г. Эйлер начал практически знакомиться с артиллерией. В августе он присутствовал на опытных стрельбах, которые проводил артиллерийский генерал и которые оценивал Даниил Бернулли, его коллега по российской академии и близкий друг со времени их общего обучения в Базельском университете под руководством отца Даниила, Иоганна Бернулли.

Размышления Эйлера об этих стрельбах были опубликованы лишь посмертно (E 853). Он, вероятно, не считал, что его мысли заслуживали публикации, поскольку обошёлся довольно элементарными вычислениями, тогда как Даниил Бернулли опубликовал более серьёзное исследование. Впрочем, мемуар свидетельствовал о раннем знакомстве Эйлера с практическими проблемами баллистики. Кроме того, он стал известен, потому что ознаменовал рождение величины *e* как основания натуральных логарифмов (Scherrer 1922, с. XV).

Подробности того, что стало известным как *внутренняя баллистика*, т. е. как прохождение взорванного пороха внутри ствола орудия и определение скорости выхода снаряда из ствола. В 1738 г. Даниил Бернулли описал эти подробности в своей *Гидродинамике*.

Steele (2006) заметил, что Эйлер вряд ли был пассивным наблюдателем. Его посмертный мемуар содержит вычисление высоты и времени полёта снаряда, выпущенного вертикально вверх. Он исходил из формулы которая была основана на предположениях Даниила Бернулли о силах, действующих на воспламенившийся порох и на предположении о торможении, пропорциональном квадрату скорости (т. е. на законе сопротивления Ньютона). Даже без явного уточнения ясно, что раннее знакомство Эйлера с баллистикой включало некоторые размышления о происходящих физических процессах.

Но для Эйлера в первоначальном периоде его работы в качестве члена Петербургской академии баллистика и кораблестроение не были единственными приложениями. К примеру, когда секретарь Принца Уэльского позднее спросил его о русских экспедициях вдоль северо-восточного побережья Азии,

он сообщил, что занимался оценкой подобных экспедиций *по повелению Двора для артиллерийского ведомства*, чтобы включить соответствующие сведения *в Географию России, которая была поручена мне в то время* (E 107, с. 423).

Эйлер был занят множеством других практических дел от картографирования до составления математических учебников для элементарных школ (E 17)[2]. Короче (Calinger 1996), уже ранняя академическая карьера Эйлера в России

Опровергает часто выражаемое мнение о том, что [он] *верил только в теоретическую математику и фактически пренебрегал опытом*.

При переезде Эйлера в Берлин в 1711 г. его участие в практических академических делах не ослабло. Он с энтузиазмом участвовал в преобразовании Академии, которая в то время находилась в переходном состоянии. Учреждённая в 1700 г. по совету Лейбница и посвящённая девизу *Theoria cum praxi* (теория совместно с практикой), она в течение первых 40 лет не оправдывала ожиданий.

В 1740 г. Фридрих II взошёл на трон и начал стремиться сделать академию такой же известной, какой была Парижская академия, самое знаменитое в мире научное учреждение того времени. Он вызвал Мопертюи в Берлин в качестве президента Академии и привлёк других известнейших учёных, таких, как Эйлер, которого он выманил из Петербургской академии.

В 1746 г. Берлинская академия начала работать на новых основах, а Эйлер стал директором её математического класса. Он полностью согласился с объявленной целью объединения теории и практики и с королевским крайним честолюбием. Даже до вступления в свою новую должность в преобразованной академии он стал стремиться приложить науку к практическим делам и в качестве примера выбрал баллистику.

Вскоре после публикации *Гидродинамики* Даниила Бернулли появился трактат Бенджамина Робинса, английского математика-самоучки и инженера: Robins, *New Principles of Gunnery* (*Новые принципы артиллерии*). Не ссылаясь на Бернулли, он применил ту же физическую модель прохождения пороховых газов по каналу ствола. Тем не менее, он получил другие численные результаты, основанные на своей собственной опытной стрельбе. К примеру, он применил *баллистический маятник* для измерения скорости снаряда.

Эйлер восхищался его сочинением ввиду новаторских экспериментальных исследований, но видимо был встревожен пренебрежением более раннего теоретического труда Бернулли

(Steele 2006). Тем не менее, эта книга представила Эйлеру подходящий случай для показа того, что наука может сделать для практики.

В 1744 г. он написал королю[3] (*Opera Omnia*, сер. 4a, т. 6, с. 309):

Ввиду неограниченного желания служить Вашему Величеству (В. В.) *я решил приложить свои силы к науке, которая может оказаться в некоторой степени полезной для службы В. В. Поскольку исследования о практических делах требуют большого числа опытов, а я не в состоянии заняться ими, я думаю, что нет лучшего способа, чтобы осуществить своё желание, чем работать над английской книгой по артиллерии, которая недавно вышла в свет. Её автор, Робинс, произвёл очень большое число опытов и весьма удачно вывел из них при помощи анализа бесконечно малых не только силу пороха в орудии, но и истинную скорость, с которой выстреливаются ядра и изменение их движения ввиду сопротивления воздуха.*

Эти исследования могут усовершенствовать артиллерию, но прежде всего, если кто-нибудь возьмётся развить их дальше и полностью модернизировать. И я полагаю, что общество может получить весьма значительную пользу, если этот труд, который был всеобще одобрен, будет переведён мной с добавлением пояснений, чтобы он стал понятен профессионалам, и замечаний для совершенствования пользы этого дела.

Я уже начал выполнять эту задачу, но хотел бы закончить работу, если б знал, что она приемлема В. В.

Через год Эйлер представил королю перевод книги Робинса (E 77), который оказался далеко не просто переводом. Математическая разработка подробностей и добавленные замечания преобразовали текст Робинса, *т. е. небольшое собрание правил, опытов и догадок*, в *первую научную работу по артиллерии* (Truesdell 1954, с. XXXVIII).

Ещё через несколько лет Эйлер опубликовал новый трактат о морской науке, E 111, за который Петербургская академия уплатила ему 1200 рублей дополнительно к окладу (Calinger 1996). Его бОльшая часть была составлена до переезда Эйлера в Берлин и потому вышла в свет как издание Петербургской академии. Как и большинство его ранних публикаций, этот трактат был написан на латинском языке и потому оказался трудно доступным для практиков. В 1773 и 1776 гг., после перевода трактата на французский и английский, его влияние на кораблестроение оказалось схожим с влиянием трактата о баллистике на артиллерию. Совместно с независимо написанным сочинением Буге 1746 г. о морской науке он преобразовал

кораблестроение в современную инженерную дисциплину, основанную на физике и математике (Nowacki 2004).

Как академик на службе Фридриха Великого, Эйлер был также советником по различным техническим вопросам первостепенной важности для экономического развития Пруссии. В XVIII в. академики, особенно члены Прусской [Берлинской] академии, часто выполняли обязанности бюро патентов. В 1746 – 1763 гг. Эйлер представил более 25 отзывов на различные изобретения и другие практические предложения (Eichler 1974; Winter 1957). Многие из них относились к производству машин и методам (?), например, к новой распиловке, водяному колесу Сегнера.

В отличие от обычных колёс (которые преобразовывали импульс и/или вес воды во вращательное движение, необходимое для работы мельниц и др. механических средств), новые формы лопастей направляли движение воды в противоположную сторону, и таким образом колесо работало по принципу реактивного действия вытекающей воды.

Эйлер изучил [и видоизменил] изобретение Сегнера, после чего появилась теория турбин, которая всё ещё остаётся основой современного гидравлического инженерного искусства (E 179, E 222; E 259), а Сегнер стал известен как *отец турбины*. Совместно с ним Эйлер усовершенствовал его изобретение, и оно смогло применяться в качестве движущей силы для маслобойного пресса (Kleinert 2002). Эйлеров вариант сегнерова колеса был принят как образец при реконструкции турбинного завода, и эффективность турбин оказалась близкой к современной (Ackeret 1944).

Эйлер был также экспертом по региональному развитию и сооружениям. К примеру, в апреле 1749 г. Фридрих II попросил его высказаться по поводу строительства Finow канала между реками Одер и Хафель. Он был введён в действие в 1605 г., но уже через несколько десятилетий обветшал ввиду последствий Тридцатилетней войны. В 1743 г. король повелел реконструировать канал, но в 1746 г., когда работа была закончена, судоходство по нему не смогло начаться в полной мере.

Эйлер участвовал в инспектировании канала совместно с королевским архитектором и военным инженером. В мае 1749 г. эти трое представили королю подробную памятную записку со списком недостатков и практическими рекомендациями по улучшениям, так что канал стал полностью судоходным. К примеру, они предложили установить дополнительные шлюзы, чтобы предотвратить эрозию, которая была бы вызвана слишком быстрым течением воды (Euler, *Opera Omnia*, сер. 4a, т. 6,

с. 311 – 316).

В 1751 г. Эйлер представил Академии трактат (E 332) о потоке в открытом канале. Он не упомянул своей инспекции [канала], но видимо естественно считать, что эту теоретическую разработку следует рассматривать в контексте его предыдущего практического опыта. Так, он указал, что частички воды возле дна канала подгоняются силой, отличной от сил, действующих возле поверхности воды. В этом трактате он впервые применил уравнение Бернулли к отдельным направлениям течения при постоянной энергии частичек воды в каждом из них (Truesdell 1954, с. LVIII – LXII).

Другая проблема, по поводу которой Фридрих Великий попросил совета у своего прославленного математика, касалась лотерей. Через несколько месяцев после инспектирования канала [Эйлером] он послал ему следующее письмо:

Его Величество. Король Пруссии, наш милостивейший суверен, пересылает профессору Эйлеру план лотереи, которая установилась в большинстве крупных городов Италии (*и был представлен Его Величеству неким Roccolini*) *для точной проверки алгебраических вычислений, встречающихся во всех частях плана.*

Главное, он должен алгебраически глубоко вникнуть в риски, которым подвергается подрядчик подобной лотереи и в его возможную прибыль. Это должно быть сделано сейчас же и самым почтительным образом доложено Его Величеству. Генуэзская лотерея[6] это числовая лотерея с выходом в тираж пяти номеров из 90. Фридрих Великий думал об организации подобной лотереи в Берлине как источнике дополнительных поступлений в государственную казну.

Эйлер ответил вскоре (*Opera Omnia*, сер. 4a, т. 6, с. 317):

Прежде всего, я определил посредством исчисления вероятностей сколько должен уплатить игрок за преимущество сравняться с банком. Исходя из этого, легко решить, какую выгоду вероятно получит банк, если игрок обязывается платить больше, чем требуется за [это] *равенство*[5].

Эйлер не ограничился краткими вероятностными вычислениями. Он обобщил исходную схему, которую представил Roccolini, так что оказалось возможным рассмотреть различные варианты помимо тиража пяти номеров из 90. Он не считал свои вычисления особо важными, поскольку опубликовал их лишь в 1767 г., через четыре года после того, как подобная лотерея была установлена в Берлине и через 18 лет после того, как король впервые попросил его совета.

Впрочем, Эйлер несколько раз возвращался к задачам, относящимся к генуэзской лотерее, и посвятил не менее пяти трактатов их комбинаторике (E 338, 412, 600, 812, 813).

Небольшое противотечение в громадной продукции Эйлера видимо возбудило незначительную прихоть где-то в его невообразимом математическом воображении (Bradley 2001).

Он также разъясняет *два восхитительных качества Эйлера: чувство долга и преданность, и способность наслаждаться математическими развлечениями*.

2. Фонтаны для Сан-суси

Приведённые примеры вполне достаточно описывают преданность и обязательность Эйлера по отношению к практическим вопросам, в которые Эйлер вовлекался в течение всей своей карьеры. Учёные и историки науки и техники[7], которые более внимательно изучали труды Эйлера в тех или иных приложениях, вряд ли сомневались в его чувстве практичности. Впрочем, один случай выделяется как исключение, а именно приложение математической гидродинамики к практической гидравлике фонтанов в Сан-суси.

Несмотря на трудный для понимания проект Эйлера акведука в Сан-суси, король Пруссии советовался с ним по поводу проектов нескольких каналов (Steele 2006, с. 282).

Так, например, этот автор упомянул неисправную работу фонтанов в Сан-суси как исключение, которое подтверждает правило: способности Эйлера были тем не менее полезны в практическом смысле, как в баллистике.

Так что же оказалось ошибочным в Сан-суси? С технической точки зрения неудача впервые проявилась в виде лопнувших труб, причиной чего была неверно действующая система насос – трубопровод. Она не смогла поднять достаточно воды в резервуар на возвышении, который должен был подавать воду в фонтаны. По поводу математических и физических подробностей я сошлюсь на своё прежнее исследование теории Эйлера о потоке в трубах, которая появилась в результате его анализа проблемы Сан-суси (Eckert 2002).

Здесь я ограничусь обстоятельствами участия Эйлера и событиями в Сан-суси и таким образом опишу соотношение теории и практики в этом случае. *Сан-суси* означает *без забот*, и это название было выбрано как девиз для нового дворца, который был построен возле Потсдама в окрестности Берлина. Здесь Фридрих Великий замыслил наслаждаться искусством, музыкой и поэзией в компании единомышленников. В этом убежище новый король на троне Пруссии подтвердил бы свою славу *просвещённого монарха*, который исполняет сочинённые им

самим концерты для флейты и обедает в обществе Вольтера и других, уважаемых за [светлый] ум.

Почитание Фридрихом французской культуры и обычаев было общеизвестно. Имея в виду Парижскую академию как образец для многих академий, он не случайно выбрал французских учёных как президентов своей собственной академии, – вначале Мопертюи, затем, когда Даламбер отказался сменить его, Лагранжа. Фридрих никогда всерьёз не считал Эйлера кандидатом на эту должность. В соответствии с существующими документами Эйлера ни разу не пригласили участвовать в прославленной обеденной кампании короля в Сан-суси.

Тем не менее, Фридрих доверял Эйлеру как эксперту, у которого он мог попросить совета, когда появились проблемы с фонтанами в Сан-суси. В сентябре 1749 г., видимо через Академию (потому что в отличие от случаев Finow канала и лотереи непосредственное повеление короля не сохранилось). Оно, однако, было аналогичным, потому что свой ответ на повеление 17 сентября 1749 г. о лотерее Эйлер (*Opera omnia*, сер. 4a, т. 6, с. 317) сопроводил замечанием:

Мои исследования гидравлической машины займут ещё несколько дней (*Opera Omnia*, сер. 4a, т. 6, с. 317).

На следующий день он написал Мопертюи (с. 135):

Вчера я отослал королю свои исследования запланированной лотереи и надеюсь за несколько дней закончить анализ гидравлической машины. Я осмелюсь послать их Вам для представления Его Величеству, если Вы сочтёте мой анализ подобающим.

И всего через несколько дней, 21 сентября, он действительно отослал свой анализ официальным путём, через президента Академии (с. 136 – 137):

Я позволяю себе послать Вам своё исследование гидравлической машины для Сан-суси. Оно, как я надеюсь, достаточно для того, чтобы справиться с проблемой так, чтобы обеспечить успех. Если Вы не найдёте никаких причин для отказа, то прошу Вас любезно передать этот пакет королю.

Мне представляется, что я достаточно подробно описал эту машину, но желательно иметь таблицы для случаев, отличных от рассмотренных мной, и мне не стоило бы больших трудов составить их.

Проект фонтанов Сан-суси начал осуществляться год назад, вскоре после открытия нового дворца, который выходил на террасы, подобные устраиваемым в виноградниках. Королевский архитектор Иоганн Бауман разработал систему из нескольких фонтанов с главным из них, расположенным на подножье террас

вблизи дворца. Он должен был выбрасывать струю на высоту, по крайней мере 100 футов.

Бауман прибыл из Нидерландов, страны, известной своими каналами и водными сооружениями, но с подобными фонтанами он не имел дела. Он разработал схему, по которой вода из Хафели поднимается на 150 футов к резервуару на вершине горы, чтобы обеспечить необходимое давление для струй фонтана, расположенного внизу. Воду следовало поднимать по каналу до ветряной мельницы, которая была бы соединена с насосами, насосы же протолкнут воду по трубе к резервуару. Другие трубы соединят его с фонтанами, а кроме того вода из резервуара будет направлена в пещеру и переливаться водопадом. Было предусмотрено 62 места, в которые должна была поступать вода из резервуара.

Совместно с Хейнце, специалистом по садам из Амстердама, также не имевшим опыта с крупными фонтанами, Бауман руководил строительством в соответствии со своим планом. К концу 1748 г. канал из Хафели к насосной станции и ветряная мельница были построены, и насосы были установлены. План выполнялся в соответствии с ожиданиями, но проблемы возникли с трубой почти в километр длиной, которая соединяла насосы с резервуаром.

Восемьсот стволов ели, каждый длиной в 24 фута, были распилены, и доски скреплены железными обручами подобно деревянным бочкам. Но когда воду запустили в трубу, она поднялась только наполовину, и трубы внизу начали лопаться. Их заменили стволами ели с высверленными сердцевинами. Эта работа продолжалась с марта по декабрь 1749 г., но трубы вновь полопались (Manger 1789, т. 1, с. 91 – 106).

В сентябре 1749 г. Эйлер приступил к своему исследованию. Его первой задачей было определение причины разрушения труб при начальных испытаниях. Уже в первом ответе Мопертюи 21 сентября он выразил серьёзнейшие опасения по поводу высоты струи фонтана, более высокой, чем струя любого фонтана в Версале и заявил, что предвидит проблемы (с. 137):

Я всерьёз думаю, что потребуется много труда, чтобы обеспечить ту высоту, которая желательна королю.

По поводу основного звена всей работы, трубы между насосами и резервуаром, он предложил изменить план и, в частности, произвести опыты для определения прочности труб (с. 138):

Имею честь указать Вам, что мои численные вычисления были основаны на измерениях [параметрах], *которые Бауман предложил для этих труб. Если есть желание что-то изменить в них или в схеме машины в соответствии с теми правилами*,

которые я установил для её усовершенствования, то вычисленные мной таблицы будут уже бесполезны. Было бы хорошо сообщить мне новые планы, чтобы я смог применить к ним теорию.

С тех пор я прочёл то, что написал по этому поводу Белидор, но он не привёл правила для оценки давления, которое трубы должны выдерживать. Представляется даже, что он полагает, что трубы должны выдерживать лишь вес столба воды, т. е. так же, как в покое [как без действия насосов]. *Но я замечаю, что он выбрал гораздо более прочные трубы, чем требовалось в соответствии с этими принципами и что Мариотт, все опыты которого он признаёт в другом месте, упоминает, что свинцовая труба диаметром 12 дюймов и толщиной 2 линии* [1/6 дюйма] *может выдержать столб воды высотой 100 футов. Белидор говорит, что свинцовая труба того же диаметра и толщиной 6 линий может выдержать столб воды только 60 футов, хотя по Мариотту – 300 футов.*

И я подозреваю, что Белидор выяснил по опыту, что трубы в эксперименте Мариотта оказались бы слишком слабыми (притом возрастание давления, вызванное действием машины, не было известно ему) и пожелал таким образом предотвратить предположенные им неприятные последствия.

Однако, если опыты Мариотта были неточными, или испорчены опечаткой при публикации, я не смогу определить толщину требуемых труб, по крайней мере без производства новых опытов о той силе, которую свинцовые трубы могут выдержать. Было бы слишком рискованно доверяться случаю при определении толщины труб.

Из этого письма следует, что Эйлер не обратился лишь к теоретическим рассуждениям. Belidor (1737) описывает различные гидравлические сооружения, и его книга была естественным источником, в котором проектировщик фонтанов отыскивал бы подобные устройства. Он сослался на Mariotte (1718), который описал гидравлические эксперименты, произведённые по запросу Парижской академии и побуждённые, в частности, конструкциями системы фонтанов в Версале (Blay 1986). Эта ссылка ещё сильнее подчёркивает внимательное изучение Эйлером существовавшего опыта о сравнимых конструкциях.

Однако, ни Белидор, ни Мариотт не привели данных, пригодных для Сан-суси, и поэтому Эйлер рекомендовал произвести новые опыты для определения толщины труб для выдерживания ожидаемого сильного давления. Следует подчеркнуть, что Эйлер предполагал, что труба изготовлена из

свинца, тогда как практики Бауман и Хейнце до конца года продолжали возиться с деревянными трубами.

23 октября 1749 г. Эйлер представил результаты своего анализа Академии (E 206). На последующих заседаниях Академии 20 ноября 1749 г. и 5 февраля 1750 г. он сообщил о практических последствиях *подъёма воды насосами* (E 207) и о *наиболее благоприятном устройстве машин для подъёма воды при помощи насосов* (E 208).

За два дня до этого (?) он представил подробные вычисления Академии, и 21 октября 1749 г. он (с. 139 – 140) очень кратко пояснил Мопертюи, почему трубы Баумана и Хейнце должны были лопнуть:

Истинная причина этого несчастливого происшествия состоит только в избыточной мощности насосов. Если не уменьшить её в громадной степени или не уменьшать их диаметр, высоту (?) *или число циклов поршня при повороте крыльев мельницы, машина не сможет подать ни капли воды в резервуар*.

Другими словами, размеры насосов и труб не были согласованы. Сила, с которой насосы закачивали воду в трубы, была чрезмерной. Её следовало уменьшить, выбрав насосы меньших размеров, либо увеличив диаметр трубы.

17 октября 1749 г. Эйлер представил королю сводку своих результатов и аналогичных результатов по проблемам с ветряной мельницей (E 229, 233). Он раскритиковал план и предупредил, что фонтаны не будут работать, если его значительно не изменить (с. 322):

Ибо совершенно определённо, что на нынешней основе ни капли воды не попадёт в резервуар, и вся мощность будет просто истрачена на разрушение машины и труб.

С современной точки зрения, зная основные законы, которые описывают движение жидкости, вызванное внешними силами, не слишком трудно понять довод Эйлера, но вот проследить подробности вычислений тягостно (Eckert 2002).

Даже без превышения и, соответственно, при пренебрежении силой тяжести единственной силой будет придана поршнем насоса, и стены трубы испытают возрастающее давление. С каждым циклом поршня насос закачивает новую воду и общая масса воды, которая уже находится в ней, ускоряется. При некотором ускорении, которое определяется мощностью мельницы, сила, передаваемая поршнем, возрастает пропорционально массе воды в трубе. (В соответствии с законом движения Ньютона сила равна произведению массы на ускорение.) И по мере наполнения трубы давление на площадь её поперечного сечения возрастает пропорционально длине водного

столба. Чтобы давление оставалось низким, длина трубы должна быть возможно короче, а/или движущая сила уменьшена уменьшением ускорения поршня.

Эйлер представил исчерпывающий анализ этой проблемы, так что оказалось возможным учесть другие переменные (диаметр поршня, внутренний диаметр тубы, превышение резервуара и др.). К примеру, он вывел формулу скорости подъёма воды, которая оказалась пропорциональной внутреннему диаметру трубы и обратно пропорциональной квадратному корню из её длины. Другими словами, будь эти переменные единственными, которые практики могли применять для достижения лучшей работы, труба оказалась бы как можно шире и как можно короче. В конце мемуара Эйлер представил числовой пример подсчёта давления, которое труба должна выдерживать. Для насоса с двумя поршнями, циклом 6 секунд и диаметром 4/3 фута, поршень, проходящий с каждым циклом более 4 футов, – при таком насосе, соединённым с трубой с внутренним диаметром 3/4 фута и длиной 3000 футов при наивысшем подъёме воды (по сравнению с уровнем выхода из насоса) в 60 футов, давление в нижнем конце трубы будет, по Эйлеру, соответствовать высоте столба воды в 330 футов (с. 249 – 250):

Таким образом, если труба недостаточно прочна, чтобы выдержать столб воды в 330 футов, она непременно взорвётся. При подъёме воды лишь на 60 футов труба должна выдержать силу в пять раз превышающую один лишь вес этой воды.

В то время это было новым глубоким пониманием сути дела, хотя некоторые практические последствия были молчаливо приняты во многих современных машинах для подъёма воды, например в шахтах или городских водопроводах с установкой насоса в башнях и трубах от него к резервуару на возвышении, и направленными вертикально вверх, т. е. наименьшей длины.

Но не так было в Сан-суси. Эйлер поэтому сделал всё возможное, чтобы сформулировать важнейшие последствия своей теории потока в трубах не только на математическом языке, но так, чтобы его поняли практики. К примеру, он вывел такие *правила* (с. 240 – 242):

Чтобы как можно больше наполнять резервуар при данной силе, действующей на поршни насосов, обязательно следует применить как можно более широкую трубу […], *и, при данной силе, действующей на поршни, труба должна быть как можно короче.*

В письме Фридриху II 17 октября 1749 г. Эйлер привёл числовой пример для давления внутри трубы, аналогичный включённому в свой мемуар и тем самым выявил, что таковы

примерно были параметры для случая, при котором труба сразу же лопнула (с. 322):

Проделав вычисления по первому испытанию машины, при котором деревянные трубы взорвались, как только вода поднялась на 70 футов, я выяснил, что трубы по существу подверглись давлению столба воды более 300 футов. Это верный признак того, что устройство машины действительно было далеко не совершенным.

Чтобы действие насосов не приводило к взрыву труб и доставляло достаточно воды в резервуар, Эйлер предложил (там же)

Существенно изменить размеры насосов, ибо сейчас вполне определённо, что ни капли воды не будет поднято в резервуар и вся сила истратится на уничтожение машины и труб.

Что же произошло после этого? История была описана весьма подробно одним из архитекторов короля (Manger 1789, т. 1, с. 91 – 106), а через столетие (Artelt 1893) – по случаю пятидесятилетней годовщины введения паровой машины Борзига, при помощи которой в 1840-х годах проект был, наконец, успешно осуществлён. Оба автора были практиками и без колебаний осудили бы Эйлера как *чистого теоретика* за неудачу, будь это обосновано. Но они даже не упомянули его, что можно понять ввиду его краткого участия в работе в 1749 г. и дальнейших событий, которые продолжались до 1760-х годов.

Короче, ошибочные действия продолжались в той же мере без участия Эйлера и не принимая во внимание ни его предостережения, ни рекомендации. Хейнце умер, как сообщали, с горя, и король нанял другого специалиста по фонтанам, ван Остена, который также не смог выполнить свою задачу. Его работа продолжалась с июля 1752 г. по сентябрь 1753 г.

За эти месяцы, почти через три года после совета Эйлера, деревянные трубы были, наконец, заменены свинцовыми. Но его предложение о проверке прочности свинца опытным путём не было принято. Более того, вместо выбора довольно широкого внутреннего диаметра трубы, как рекомендовал Эйлер в письме королю (он привёл примеры для выбранных размеров насоса, но ни в одном случае не принял этот диаметр менее 8 дюймов), в 1753 г. в новой трубе внутренний диаметр был неподходяще мал, всего 4 дюйма. Как можно было ожидать ввиду анализа Эйлера, новая труба оказалась довольно неэффективной[9].

В октябре 1753 г. Остена заменил другой специалист по фонтанам, J. K. George, который описывается как хороший работник с некоторым опытом работы с пожарными шлангами, но в остальном такой же невежественный, как и его предшественники. За время его работы была построена вторая

ветряная мельница, притом на новом месте, чтобы поднимать воду независимо от первой, но она, видимо, так и не работала надлежащим образом.

Весной 1754 г. немного воды удалось закачать в резервуар и король смог посмотреть на действующие фонтаны. Но струя основного фонтана поднималась вверх лишь примерно на половину ожидаемого им, а через час резервуар опустел.

Новый специалист по фонтанам, Иоганн Валентин Пфаненштиль, которого впоследствии сочли шарлатаном, был принят на работу. Ещё через два года началась Семилетняя война, и негожая работа в Сан-суси прекратилась. Война кончилась в 1763 г., и были предприняты новые усилия, однако высокая стоимость замены негодной трубы в конце концов вынудила короля отказаться от продолжения работ. Не проржавевшие части водоподъёмной машины был проданы или использованы по другому назначению.

Только в 1841 г., при другом короле, почти через столетие после составления исходного плана, работа началась заново и была успешно завершена всего через два года. Были использованы паровые машины и достаточно прочные чугунные трубы разумного внутреннего диаметра (10 дюймов, что не намного отклонялось от рекомендации Эйлера).

3. Почему Эйлера обвинили в непрактичности?

С точки зрения XX в. гидродинамика Эйлера стала известной как *идеальная*. *Его уравнения* празднуются как уравнения движения жидкости без вязкости (без внутреннего трения), тогда как уравнения Навье – Стокса учитывают трение. В знаменитых лекциях Фейнмана, нобелевского лауреата по физике, глава о теории идеальной жидкости названа *течение сухой воды*.

Трением, очевидно, пренебрегать нельзя. В практических приложениях (движение судов, поток воды в трубах, полёт снаряда в воздухе) теорию идеальной жидкости нельзя поэтому применять практически. Ясно, что Эйлер испытывал трудности, вызванные этим обстоятельством, когда стремился применять свою теорию к реальным проблемам. С первого взгляда представляется поэтому правдоподобным, что именно это и произошло в Сан-суси.

Однако, подобные рассуждения пренебрегают и физическим, и историческим фоном его трудов. Теория идеальной жидкости не так уж бессильна, как представляется. Большую долю задач современной гидродинамики можно исследовать на основе его уравнений (которые он сформулировал [вывел] в общем виде всего через несколько лет после установления своей теории потока в трубах). Каждый студент современной гидравлики

начинает понимать соотношение, к примеру, между скоростью и давлением на основе уравнений Эйлера.

Указанная теория заложила основу современной гидравлики. Хоть и не обеспечивая точных количественных результатов, она позволяет понять физику этого процесса. Инженерные данные нельзя получить, если пренебрегать трением, но основное понимание эффективности водоподъёмных механизмов можно получить из анализа Эйлера, потому что он включает соотношения между требуемыми переменными [см. выше]. Подробный инженерный проект с точными количественными данными требует учёта трения, но нельзя ожидать подобного проекта от устройств XVIII в. Лишь в XIX и XX вв. в гидравлике были разработаны методы учёта трения, но до сего дня это достигается эмпирически, что до сих пор невозможно, если исходить из основных принципов.

Практикам в Сан-суси было бы достаточно следовать качественным советам Эйлера, которые были разъяснены численными примерами с разумными оценками. Они также могли просто последовать примеру других водоподъёмных устройств, в которых *правилам* Эйлера подчинялись косвенно, не зная их теоретического обоснования. Подробно описанное Белидором, такое устройство вблизи Мюнхена могло служить образцом. Там тоже водоподъёмное устройство пришлось устанавливать на довольно плоской местности, а вода поступала к насосной станции по каналу из отдалённой реки. Но в отличие от Сан-суси вода поднималась к резервуару на вершине башни вертикально, т. е. по кратчайшему пути, как Эйлер и предложил. И практики в Сан-суси не приняли его рекомендацию об опытном определении прочности труб, притом продолжали применять высверленные стволы ели, а не свинцовые трубы, которые Эйлер с самого начала считал подходящими.

В двух словах, в анализе Эйлера не было ничего ошибочного, но те, которые занимались делом, пренебрегли им. Более того, поразительно, что Эйлера обвинили в неудаче. Для современного историка науки изучение тома с гидравликой в его *Opera Omnia* было бы достаточно, чтобы рассеять клевету.

Редактор этого тома (Ackeret 1957, с. LVI) подтвердил высокую эффективность турбины, построенной в соответствии с предложениями Эйлера и Сегнера, и заявил:

Какое же верное ощущение имел Эйлер о практических проблемах.

Ещё более поражает клевета, которая объявляет Эйлера второсортным физиком. Truesdell (1984, с. 341), который редактировал труды Эйлера по гидродинамике, противопоставил

этому заявлению утверждение: Эйлер был не только математическим гением, но и *величайшим физиком своей эпохи*.

Труды Эйлера по баллистике и морской науке подчёркивают оценку Трусделла. Его E 77 проявляет замечательную проницательность в изучаемые физические процессы и во внутренней, и во внешней баллистике (т. е. в вычислении траектории снаряда). По отношению к внутренней баллистике Эйлер подтвердил оценку давления при взрыве, которую предложил Бернулли в противоположность догадкам Робинса и привёл теоретические доводы для экспериментального измерения скорости вылета снаряда. При попытке сделать исключительно сложное явление доступным теоретическому анализу. Эйлер был

Готов пойти на компромисс между эмпирической реальностью и аналитической эффективностью (Steele (2006), историк баллистики XVIII в.).

Но он знал об ограничениях, накладываемых неопределёнными теоретическими предпосылками и неточностью опытных данных. Его целью, которую он сам назначил себе, было показать, как дифференциальное и интегральное исчисление можно применять для анализа практических инженерных задач. С этой точки зрения его перевод книги Робинса был (Steele 2006, с. 290)

Весьма эффективной рекламой для поощрения спроса на повышенную математику, по крайней мере со стороны военных академий. После Семилетней войны артиллерийские училища на Западе начали преподавать исчисление как раз в тот момент, когда включили баллистику Робинса и Эйлера в свои программы.

И по отношению к внешней баллистике труд Эйлера был весьма влиятелен. Основываясь на некоторых предположениях о сопротивлении воздуха (которым он не пренебрёг, как вполне можно было ожидать ввиду его известности как основателя теории идеальной жидкости), он вывел дифференциальное уравнение движения снаряда и в последующем (E 217) пояснил, как его можно численно интегрировать. В 1764 г. прусский пехотный офицер (Szabo 1979, с. 219) на этой основе составил баллистические таблицы.

Предположения Эйлера о сопротивлении воздуха верны только для снарядов со сравнительно низкой скоростью, как у мортир. Для подобных скоростей баллистические таблицы, составленные по методу Эйлера, применялись по меньшей мере до второй мировой войны.

Уважение военных к достижениям Эйлера выражено и в переводе его артиллерийского трактата на французский язык в 1783 г. и в обратном переводе на английский в 1784 г. Многие десятилетия он считался стандартным учебником в артиллерийских училищах по всей Европе.

Труд Робинса и Эйлера привёл к *баллистической революции*, что *противоречит расхожей идее о том, что до XIX в. экспериментальные и математические науки оставались по существу разделёнными* (Steele 1994).

В морской науке многие проблемы также не поддавались решению при помощи средств, доступных в XVIII в. (например, сопротивление кораблю или аэродинамика парусов), так что даже такой почитатель [Эйлера] как Трусделл признаёт, что *Scientia Navalis* (E 111) нельзя было использовать как пример при проектировании судов. Но Эйлер знал о таких ограничениях и (Truesdell 1983, с. 325)

Принял точку зрения, обычную для нынешней инженерной практики: некоторый ответ лучше никакого ответа, а потому прими грубые, но правдоподобные предположения и применяй свои, пусть незначительные знания.

Впрочем, помимо нерешаемых проблем Буге и Эйлер обращались и к другим жизненным вопросам морской науки XVIII в., как, например, к гидростатической теории остойчивости судов и подробно занимались ими, так что практические приложения смогли быть прочно теоретически обоснованы (Ferreiro 2007; Nowacki 2004).

И это не только нынешняя оценка. В 1774 г. французский министр военно-морского флота Тюрго предложил Людовику XVI заказать переводы трактатов Эйлера по баллистике и морской науке, потому что они *будут весьма полезны морским училищам и артиллеристам* (Steele 1994, с. 369)[10].

И таким образом образ Эйлера как непрактичного теоретика было явно основано на других источниках, но не на его собственных трудах. Как же и когда возник этот образ? Насколько мне известно, самое раннее документальное свидетельство этой клеветы относится к 25 янв. 1778 г., к письму Фридриха II Вольтеру (Besterman 1976, с. 184 – 186):

Англичане построили суда самым лучшим образом, который был указан Ньютоном, но их адмиралы заверили меня, что они были много хуже, чем сконструированные в соответствии с опытными правилами.

Я хотел установить фонтан в своём саду, и циклоп Эйлер[11] *вычислил усилия колеса для подъёма воды в озеро и оттуда обратно по каналом, чтобы стремительно очутиться в Сан-суси. Моя мельница была построена геометрически, но не смогла поднять ни капли воды в 50 шагах от озера. Тщеславие высшей степени, тщеславие геометрии.*

Другой ранний источник это Похвальное слово, которое составил Кондорсе[12] в 1783 г., вскоре после смерти Эйлера для Парижской академии. Вот его утверждение:

Иногда Эйлер, как представляется, лишь находил удовольствие в вычислениях и рассматривал что-то в механике или физике только, чтобы иметь повод применить своё дарование и отдаться обуревающей его страсти.

Оценка Белла (самое начало статьи) отражает его суждение. Мнение Кондорсе и решение самого Фридриха Великого на первый взгляд представляются наиболее достоверными источниками, но Кондорсе не видел событий в Сан-суси и мог только основываться на берлинской молве.

Свидетельство самого короля представляется более убедительным, но оно было высказано почти через 30 лет после работы Эйлера. В 1749 г., когда Эйлер представил свой анализ о машине Сан-суси, король вовсе не посчитал его бесполезным, непрактичным математиком. В своём ответе 21 октября 1749 г. он поблагодарил Эйлера и высоко оценил его работу (*Opera Omnia*, сер. 4а, т. 6, с. 330):

Я получил Ваше письмо от 17 сего месяца с замечаниями по поводу Ваших вычислений о насосах и трубах для машины в Сан-суси. Они мне очень понравились, и я весьма обязан Вам за труды, которые Вы приняли на себя. Молю Бога, чтобы Он сохранил Вас в своей благословенной заботе.

После этого проект Сан-суси ни разу не упоминался в переписке короля с Эйлером. В течение всего его пребывания в Берлине до 1766 г. король запрашивал совета Эйлера по практическим вопросам и не осуждал математику как бесполезную науку. Мы можем только гадать о происхождении его клеветы. Она, должно быть, возникла, когда Эйлер попросил освободить его от работы и вернулся в Россию, потому что король не считал его кандидатом в президенты Академии. Эту должность Эйлер фактически занимал с 1759 г, после смерти Мопертюи, но которую, однако, Фридрих так и не подтвердил официально. На этой представительной должности он предпочитал видеть выразителя французского духа. Он использовал Эйлера как советника, но не считал математику или естественные науки темой для своих обедов, на которых предпочитал кампанию поэтов, музыкантов и философов. Математика и естественные науки были чужды ему. В свои более поздние годы его невежество должно было перейти в откровенное презрение, и это истолкование подтверждается дневниковыми записями частого гостя королевских обедов, маркиза Girolamo Lucchesini, который после 1780 г. провёл много лет при дворе Фридриха Великого, а позднее стал дипломатом на службе у последующего короля. Он часто упоминал неприязнь математики Фридрихом. Так, 19 июня 1782 г. он записал (Bischoff 1885):

Длительная, вдохновляющая и живая дискуссия с королём, потому что он думает, что канцлер Фрэнсис Бэкон быстрее и лучше оценивал открытия, чем Ньютон. Он ничего не смыслит в математике, и ему трудно признать высокую репутацию у выразителей этой науки. В отъезде Эйлера не было для него никакой особой печали, а заслуги Лагранжа его особенно не поражают.

Быть может сыграла свою роль, по крайней мере в неудаче с планом фонтанов в Сан-суси, и другая особенность короля, его причуды в сочетании со скаредностью. Система фонтанов, которая превзошла бы Версаль по великолепию и мощности, была дорогостоящим мероприятием, требовавшим не только опытных практиков, но и громадных расходов на подходящие материалы, например, на свинцовые или чугунные трубы, которые следовало изготовить только для этого проекта. Но король, видимо, не желал высоких расходов и поэтому нанимал неопытных исполнителей, которые к тому же должны были испытывать постоянные требования применять дешёвые материалы.

Архитектор, который сообщил обо всех сооружениях для дворца в Сан-суси, упоминал другие примеры скаредности короля, которые воспрепятствовали эффективности результатов и в отчаянии заключил (Manger 1789, т. 3, с. 547):

Экономия это хорошее качество для всех, но она теряет смысл при чрезмерности, и нигде это не наносит такого ущерба, как в сооружениях.

Быть может психологически объяснимо, что король отыскивал козла отпущения вместо себя за неудачу в Сан-суси и нелепо, что он при этом выразился почти как Эйлер, когда тот предупредил его, что если проект не будет изменён в соответствии с его советом, то

Ни единой капли воды не будет поднято в резервуар.

Примечания

1. Подобным образом обозначены сочинения по списку Энестрома. Их выходные данные привёл автор данной статьи в своей более подробной библиографии, и они же указаны в статье Рукописные материалы Эйлера. *Труды Архива АН*, т. 17. М. – Л., 1962.

2. Юшкевич (1968, с. 81) цитирует письмо Лагранжа Эйлеру 1773 г.:

Французский учёный написал, что “особенно” восхищён частью учебника, касающейся неопределённых уравнений и что ему не известен никакой другой источник, в котором они были бы удовлетворительно описаны.

3. Автор приводит цитаты на языке оригинала (французском и немецком) и переводит их на английский. Этими переводами мы и воспользовались.

4. Генуэзская лотерея существовала ещё в начале XVII в., так что речь шла о каком-то её видоизменении. См. Марков (1900/1924, с. 177 – 180), который приводит и ранее опубликованные данные об оборотах этой лотереи, а также

Бирман (1957), Bellhouse (2007) и нашу статью (2007), опубликованную в этом же сборнике.

5. Уплата *уравнивания* означала согласие игрока на невыгодную для себя игру. Частично она расходовалась устроителем лотереи на оплату накладных расходов. Но какой же игрок обязывался уплатить ещё больше?

6. Разнообразные азартные игры вполне заслуживали изучения также и потому, что были весьма распространены и, стало быть, общественно значимы.

7. Никак нельзя отделять историков науки от учёных.

8. Автор так и не объяснил, что именно он понимает под *гидравлической машиной*. Позже появляется мельница как важная составная часть это машины, но как именно она включается в машину остаётся неясным.

9. Следовало бы уточнить это утверждение.

10. Вот текст письма в нашем переводе, которое опубликовал Fuss (1786):

Фонтенебло, 15 окт. 1775

Со времени моего назначения управлять [военно?-]*морским департаментом, я неизменно думал, что нельзя сделать ничего лучшего для обучения молодых людей в морских и артиллерийских училищах, чем ознакомить их с трудами, которые Вы опубликовали по этим двум отраслям математики. И я поэтому предложил Королю дать распоряжение напечатать Ваши трактаты о построении и навигации судов и перевести на французский язык Ваши комментарии к принципам артиллерии Робинса.*

Будь я не так далёк от Вас, я попросил бы Вашего согласия прежде, чем распоряжаться принадлежащими Вам трудами, но полагаю, что Вы будете неплохо вознаграждены за этот вид собственности знаком королевской благожелательности. Его Величество поручили мне послать Вам денежное вознаграждение в размере тысячи рублей, которые Вы полностью заслужили, и он просит Вас принять их как свидетельство его уважения Ваших трудов.

Я очень рад выполнить это поручение и с истинным удовлетворением пользуюсь случаем выразить Вам то, что я с давних пор думаю о великом человеке, который оказывает честь человечеству своим гением, а науке – своими нравственными правилами.

11. Циклоп – одноглазый великан. Эйлер потерял глаз в 1738 г.

12. *Похвальное слово* Кондорсе написано несколько небрежно, а многие подробности противоречат гораздо более достоверному сообщению Фусса (1786). Мы перевели это *Слово* (**S, G,** 34) и в своих комментариях отметили сомнительные, непонятные и даже умопомрачительные (с. 61 – 62) утверждения, а также неудовлетворительные описания.

Библиография автора

Ackeret J. (1944), Untersuchung einer nach dem Eulerschen Vorschlägen (1754) gebauten Wasserturbine. *Schweiz. Bauzeitung*, Bd. 123, pp. 9 – 15.

--- (1957), Vorrede. Euler, *Opera Omnia*, ser. 2, t. 15. Lausanne.

Artelt P. (1893), *Die Wasserkünste von Sans-souci.* Berlin.

Bélidor B. F de (1737 – 1739), *Architecture hydraulique* …, tt. 1 – 2. Paris.

Bell E. T. (1937), *Men of Mathematics*. London.

Besterman Th., редактор (1976), *Complete Works of Voltaire*, vol. 129. Banbury.

Bischoff F., редактор (1885), *Gespräche Friedrichs des Großen mit H. de Catt und dem Marchese Lucchesini*. Leipzig.

Blay M. (1986), Recherches sur les forces exercées par les fluides en mouvement à l'Académie Royale des Sciences, 1668 – 1669. В книге P. Costabel, редактор, *Mariotte.* Paris.

Bradley R. E. (2001), Euler and the Genoese lottery. http://www.math.dartmouth.edu/ ~ euler/

Calinger R. (1996), Leonhard Euler: the first St. Petersburg years. *Hist. Math.*, vol. 23, pp. 121 – 166.

Condorcet de (1783/1786), Eulogy to Euler. Переводчик J. S. D. Glaus. http://www.math.dartmouth.edu/ ~ euler/

Eckert M. (2002), Euler and the fountains of Sanssouci. *Arch. Hist. Ex. Sci.*, vol. 56, pp. 451 – 468.

Eichler Helga (1974), *Die Preußische Akademie der Wissenschaften zwischen 1740 und 1812*. Diss., Akad. Wiss. GDR, Berlin.

Ferreiro L. D. (2007), *Ships and Science … 1660 – 1800*. Cambridge.

Hankins Th. L. (1985), *Science and the Enlightenment*. Cambridge.

Hermann A. (1991), *Weltreich der Physik*. Stuttgart.

Kleinert A. (2002), J. A. (von) Segner. *Repts on Didactics and Hist. of Math.*, vol. 19, pp. 15 – 20.

Klemm F. (1982), *Zur Kulturgeschichte der Technik … 1954 – 1978*. München.

Manger H. L. (1789), *Baugeschichte von Potsdam*, Bde 1 – 3. Berlin.

Mariotte E. (1718), *Traité du mouvement des eaux et des autres corps fluides*. Paris.

Nowacki H. (2004), Bouger und Euler. *Jahrbuch der Schiffbautechnischen Ges*. Bd. 98, pp. 183 – 191.

Perkovitz S. (1999), The rarest element. *The Sciences*, vol. 39 (Jan. – Febr.), pp. 34 – 38.

Szabo (1979), ссылка отсутствует

Scherrer F. R. редактор (1922), Euler, *Opera Omnia*, ser. 2, t. 14. Leipzig – Berlin.

Steele B. D. (1994), Muskets and Pendulums. Robins, Euler and the ballistic revolution. *Technology and Culture*, vol. 35, pp. 348 – 382.

--- (2006), Rational mechanics … Euler and interior ballistics. В книге D. J. Buchanan, редактор, *Gunpowder …* Ashgate, pp. 281 – 302.

Truesdell C. A. (1954), Rational fluid mechanics, 1687 – 1765. В книге Euler, *Opera Omnia*, ser. 2, t. 12. Lausanne. Номера страниц не указаны

--- (1983), Euler's contribution to the theory of ships and mechanics. *Centaurus*, vol. 26, pp. 323 – 335.

--- (1984), *Idiot's Fugitive Essays*. New York. В тексте нет ссылок на эту книгу

Winter E.. редактор (1957), *Die Registres der Berliner Akademie der Wissenschaften 1746 – 1766*. Berlin.

Библиография переводчика

Бирман К. Р. (1957), Задачи генуэзского лото в работах классиков теории вероятностей. *Историко-математические исследования*, вып. 10, с. 649 – 670.

Марков А. А. (1924). *Исчисление вероятностей*. Четвёртое, посмертное издание.

Шейнин О. Б., Sheynin O. (2007), Euler's work in probability and statistics. В этом же сборнике, с. 281 – 316. **S, G,** 34.

Юшкевич А. П. (1968), *История математики в России до 1917 г.* М.

Bellhouse D. R. (2007), Euler and lotteries. В книге R. E. Bradley, C. E. Sandifer, редакторы, *Leonard Euler*. Elsevier.

Condorcet M. J. A. N. (1786), Eloge de Euler. *Hist. Acad. Roy. Sci. Paris*, pour 1783, pp. 37 – 68. Также в Euler, *Opera Omnia*, сер. 3, т. 12. Zürich, pp. 287 – 310. **S, G,** 34.

Fuss N. (1786), Lobrede auf Herrn Leonhard Euler. В книге Euler, *Opera Omnia*, сер. 1, т. 1, 1911. Прочитан в 1783 г. Является переработанным

авторским переводом с французского, который был опубликован в издании Петербургской академии наук в 1787. **S, G,** 34.

Stäkel P. (1910), Johann Albrecht Euler. *Vierteljahrschrift Naturforsch. Ges. Zürich*, 55. Jg., pp. 63 – 90.

Wolf R. (1860), Daniel Bernoulli von Basel. В книге автора *Biographien zum Kulturgeschichte der Schweiz.* 3. Cyclus. Zürich, 1860, pp. 151 – 202. **S, G,** 34.

VI

Роберт Инейхен, Вклад Эйлера в математику страхового дела

Robert Ineichen, Contributions of Leonhard Euler to actuarial mathematics
R. Baker, редактор, *Euler Reconsidered. Tercentenary Essays*.
Heber City, UT, 2007, с. 102 – 118

В XVIII в. некоторые швейцарские математики изучали математические основы страхования жизни. Их сочинения вышли за пределы Швейцарии и способствовали учреждению новых страховых компаний и закладке прочного математического обоснования методов страхования.

Мы, естественно, начнём с *Искусства предположений* Якоба Бернулли. Ввиду его доказательства закона больших чисел он считается одним из основателей математической статистики. Он понимал, что вероятностные понятия и вычисления существенны во многих областях нашей жизни вне сферы азартных игр.

В том же XVIII в. в первую очередь следует, далее, упомянуть труды Николая и Даниила Бернулли, затем Jean Philippe Loys de Cheseaux (1718 – 1751) и Jean-Louis Muret (1715 – 1796) [7]. Но наиболее важными были, несомненно, труды Эйлера, хоть он и занимался проблемами страхового дела лишь от случая случаю. Эти труды собраны в его *Opera Omnia* [2] и снабжены тщательным комментарием, но думается, что его работы по теоретическому обоснованию страхования жизни всё ещё сравнительно мало известны.

Во многих отраслях знания гордо ссылаются на сочинения Эйлера, но иногда в кругах страховщиков заметно чувство очень близкое стыду за то, что выдающийся уроженец Базеля внёс фундаментальный вклад и в этой области, и особенно в построении математики страхового дела (J. Kupper [3])[1].

Эйлер опубликовал четыре главных сочинения, относящихся к теоретическим основаниям страхования и практическим приложениям математики в них, и мы рассмотрим их ниже. Наше обсуждение основано на тексте Эйлера [2] и прежде всего на комментариях и разъяснениях L. G. Du Pasquier в этом источнике[2] и особенно на его подробном представлении [4]. Мы также используем более сжатые сочинения Sofonea [5], Loeffel [6] и наше собственные замечания в [1].

1. Общие исследования о смертности и умножении рода людского

Это сочинение относится к 1760 г., к берлинскому периоду жизни Эйлера (1741 – 1766), но было опубликовано уже после его отъезда в Петербург, в 1767 г. Он указал в нём, что существующие таблицы рождений и смертей для различных регионов в громадной степени отличаются друг от друга. [Поэтому] он намеревался исследовать и *смертность*, и *воспроизводство* населения без непосредственных ссылок на определённые таблицы рождений и смертей.

При изучении смертности Эйлер предположил, что дано N родившихся младенцев и обозначил через $(1)N$, $(2)N$, …, $(k)N$ число выживших из них после первого, второго, …, k-го года. Последовательность этих символов определяет соотношение выживших, которое мы сейчас записываем в виде l_x,$x = 0, 1, 2, \ldots, k$. Иначе говоря, (1), (2), …, (k) это вероятности дожития до возрастов 1, 2, …, k. Сейчас эти вероятности мы записываем в виде ${}_1p_0$, ${}_2p_0$, …, ${}_kp_0$. Совокупность этих чисел образует, по Эйлеру, *гипотезу смертности*.

Затем Эйлер решает несколько фундаментальных задач, которые с тех пор стали классическими. Пример. Сколько человек из M в возрасте m лет проживут ещё n лет? В обозначениях Эйлера, $M(m + n)/(m)$, причём $(m + n)/(m)$ соответствует нашему $l_{m+n}/l_m = {}_np_m$.

Эйлер ввёл понятие *вероятной продолжительности жизни* (z)[3]. Для человека в возрасте m она определяется как число лет, до того момента, до которого доживает половина лиц из исходной группы. Человек из исходной группы имеет равную вероятность умереть до или после этого срока, и z определяется из уравнения $(m + z)/(m) = 1/2$.

Следующий вопрос Эйлера: какая пожизненная рента должна уплачиваться человеку в возрасте m лет, который сразу же внесёт a за неё? Эйлер рассмотрел группу в M лиц в возрасте m, каждый из которых вносит a. Всего страховая компания получает Ma, а каждый член группы пожизненно получает R [ежегодно]. Сумма этих ожидаемых выплат должна равняться Ma. Пусть прирост капитала составляет λ. Тогда по Эйлеру R определяется из уравнения

$$a = [(m + 1)/\lambda + (m + 2)/\lambda^2 + \ldots + \quad]R/(m).$$

Тем же методом Эйлер решает следующую задачу. Сумма a выплачивается за новорождённого. За это он будет пожизненно получать ежегодную ренту R, начиная с возраста n. Тогда

$$a = [n/\lambda^n + (n + 1)/\lambda^{n+1} + \ldots + \quad]R.$$

Все эти проблемы легко решаются, замечает Эйлер, *как только станут известными дроби* (1), (2), … *Они изменяются с климатом и образом жизни. Более того, для мужчин и женщин они должны быть различны, так что единых общих значений установить нельзя*.

И он приложил таблицу смертности Керсебума на 1742 г[4].

Во второй части мемуара Эйлер исследовал *рост* населения. Он понимал, что демографические явления весьма сложны и принял, помимо прочего, следующие гипотезы.

– Население закрыто (нет ни иммиграции, ни эмиграции).

– Законы смертности и рождаемости постоянны.

– Для подобных населений существует прямая пропорциональность между годичными числами живущих и рождаемых.

Он знал, что эти допущения произвольны. Про одну гипотезу он так и сказал: *гипотеза воспроизводства*[5] . Его рассуждения можно представить следующим образом.

Мы начинаем с N новорождёнными. Через год их будет nN, ещё через год, n^2N и т. д. Здесь n может быть больше или меньше единицы или равно единице, т. е. число рождений либо возрастает или убывает *в геометрической прогрессии*, либо остаётся постоянным.

Теперь Эйлер вводит новое предположение: население в целом возрастает в подобной прогрессии[6], либо остаётся постоянным. Закон возрастания населения будет выражен соотношением $1/n$. Он упоминает *закон возрастания населения* и иначе. Он вычисляет *соотношение между количеством населения* и *числами рождений* в некотором году и назначает 100 лет как предел продолжительности человеческой жизни. Через 100 лет население оказывается состоящим только из потомков этих N новорождённых, и Эйлер сравнивает числовые последовательности *рождений* и *живущих* через 100 лет:

Число рождений N, nN, n^2N, …, $n^{100}N$

Через 100 лет останется (100)N, (99)nN, (98)n^2N, …, $n^{100}N$

Обозначим теперь через M число живущих через 100 лет:

$$M = (100)N + (99)nN + (98)n^2N + \ldots + (1)\, n^{99}N + n^{100}N =$$

$$n^{100}N[1 + (1)/n + (2)/n^2 + \ldots + (99)/n^{99} + (100)/n^{100}].$$

Но $n^{100}N$ есть *число рождений* после 100 лет; для краткости обозначим его буквой G, тогда искомое соотношение между *числом живущих* через 100 лет и соответствующим *числом рождений* можно будет представить как

$M/G = [1 + (1)/n + (2)/n^2 + \ldots]$.

Левую часть можно определить, если задано n и обратно, но мы принимаем, что вероятности (1), (2), … известны.

Следуют дальнейшие результаты. Так, Эйлер показывает, как составить таблицу смертности при его предположениях, если известны данные переписи и число смертей на следующий год после неё. В конце мемуара он повторяет эти предположения[7].

Эйлер тепло отзывается о богослове и статистике Зюссмильхе, своего коллеги по Берлинской академии. В 1841 г. Зюссмильх опубликовал свой *Божественный порядок* … Это произведение преследовало побуждающую цель и рассматривало население, искажённое богословием. Но Зюссмильх впервые представил систематический отчёт о современной теории роста населения и включил эмпирически составленную таблицу смертности, которая длительное время оставалась распространённой. Глава 8, *О скорости возрастания населения и сроке его удвоения*, была либо переработана Эйлером, либо значительно исправлена по его указаниям и представляет собой его труд по демографии[8].

2. О пожизненных рентах

Эйлер явно считал эту вторую работу продолжением первой, которую мы обсуждали выше. Она также была написана в течение берлинского периода его жизни и была опубликована вместе с первой.

Вначале Эйлер указал, что особо важными являются таблица смертности и выбор процента на капитал. По поводу таблицы он установил, что желающих приобрести ренту для самих себя следовало считать, в общем, особо здоровыми и принимать для них более низкую смертность, чем указываемую в таблицах смертности для общего населения. Не очень здоровые люди, или полагавшие, что долго не проживут, как правило, ренту не приобретали.

По указанной причине Эйлер основывал свои вычисления на таблице Керсебома, который учёл произведённые администрацией рент выплаты. По поводу процента на капитал Эйлер рекомендовал страховщикам основываться на наилучшей возможности для вложения капитала, иначе же они смогут предложить только заурядный доход, и возможные покупатели ренты откажутся от своего намерения. Для своих вычислений Эйлер принял 5 %.

Его метод рассуждения при вычислении стоимости ренты был основан на принципах, которые стали классическими. Он предположил, что страхуется не одно лицо, а фиктивное множество людей одного и того же возраста и сформулировал правило равноценности: сумма наличностей, выплачиваемых

отдельным лицам, должна равняться сумме наличностей будущего притока средств от вложений страховщика, притом эти суммы должны вычисляться в [на] одно и то же время.

В современной терминологии можно сказать, что Эйлер исходил из l_m лиц в возрасте m, каждый из которых уплачивал страховую премию a_m. Приход капитала страховщика составлял $l_m a_m$. Если *годичная* выплата рент равна R, то сумма выплат через год составит $l_{m+1}R$, через два года $l_{m+2}R$ и т д., пока все застрахованные не умрут.

Эти выплаты должны быть дисконтированы с нынешнего момента времени и сумма наличностей должна равняться всему доходу страховой компании, т. е. $l_m a_m$. Обозначим коэффициент дисконта через v, тогда

$$a_m = [vl_{m+1} + v^2 l_{m+2} + v^3 l_{m+3} + \ldots]R/l_m.$$

При $R = 1$ формула укажет наш обычный результат. Соображения Эйлера соответствуют нынешним методам. Умножив числитель и знаменатель этой дроби на v^m, мы получим при помощи commutation numbers[9] нашу формулу для a_m при единичной ренте $a_m = N_{m+1}/D_m$.

Здесь $D_m = l_m v^m$ – дисконтированное число живущих в возрасте m, а N_{m+1} представляет сумму этих чисел

$$N_{m+1} = \sum_{k=m+1}^{w} D_k \quad (w \text{ не пояснено}).$$

Эйлер заметил, что страховая компания должна несколько повысить стоимость ренты ввиду накладных расходов. Более того, следует иметь под рукой определённый резерв на случай колебаний, вызванных изменениями ожидаемой смертности. Здесь и в других местах он чётко подчеркнул разницу между *чистой* и *брутто премиями*, и особо, что следует пользоваться обоими понятиями.

Затем Эйлер обратился к *отложенным* рентам,

Стоимость которых должна быть установлена много ниже и к которым общество поэтому относится гораздо благоприятнее. Я имею в виду ренты, которые начинают выплачиваться через 10 или 20 лет.

Эйлер вывел формулу для вычисления ренты для покупателя произвольного возраста m, отложенную на n лет. Здесь и во многих других местах он указал некоторые приёмы, облегчающие вычисления. Затем он составил две таблицы стоимости ренты наличными, отложенные на 10 и 20 лет для

возраста покупателя 0, 5, 10, …, 80 лет в момент уплаты страховой премии. Он снова выбрал при этом процент на капитал 5% и таблицу смертности Керсебома и заметил:

Было бы неплохо уплатить 3500 флоринов при рождении ребёнка, чтобы обеспечить ему твёрдую пожизненную ренту 1000 флоринов, хоть и начиная с возраста 20 лет.

Он чётко предупредил об *ошибочности* методов вычисления рент. Покупатель в возрасте m может попытаться воспользоваться *вероятной продолжительностью жизни* z. Но если рассмотреть большое число лиц этого возраста, половина из них умрёт раньше, и половина – позже окончания года z. Можно кроме того принять, что все эти лица достигнут возраста $m + z$ и сразу же умрут. Можно думать, что смерть половины из них *до* этого возраста принесёт доход в точности компенсируемый потерями страховщика ввиду того, что половина умрёт *после* окончания z лет, но это соображение ошибочно: наличная стоимость ренты, которую следует уплатить, не будет подсчитана верно.

3. Разъяснение о публичных учреждениях в пользу вдов и умерших с описанием нового вида тонтины, столь же благоприятной для публики, как и полезной для государства. Вычисления выполнены Николаем Фуссом[10] под руководством Эйлера

Эта третья работа Эйлера обычно считается его самой важной для математики страхового дела и по существу его шедевром. Она очень интересна и состоит из трёх независимых глав. Особенно замечательна и изобретательна третья глава. Представление материала весьма яркое, как и можно было ожидать от автора, и он полностью понятен неспециалистам.

Эйлер представил этот мемуар Петербургской академии в 1776 г., и тогда же он появился в книжной форме, а через несколько лет был переведён на немецкий язык[11].

В первой главе рассмотрена *вдовья рента*. Муж в возрасте x желает обеспечить свою жену в возрасте y вдовьей рентой R посредством немедленной уплаты s и ежегодного взноса u вплоть до своей смерти. Если же муж переживёт жену, его взносы пропадают.

Эйлер снова исходил из фиктивного множества большого числа женатых пар, мужья и жёны в которых находились в возрастах, указанных выше, и все они желали заключить одно и то же соглашение со страховой компанией. Эйлер естественно применяет свой принцип равноценности и определяет s и u так, чтобы общий доход страховой компании был равен сумме ожидаемых выплат вдовам. И, конечно же, каждый взнос дисконтируется от настоящего времени.

Эйлер прослеживает ожидаемый доход и расход страховой компании из года в год и выводит уравнение (в современных обозначениях)

$$s + ua_{xy} = R(a_y - a_{xy}).$$

Здесь s – разовый взнос мужа, a_{xy} – единая страховая премия за немедленную единичную ренту, которую следует уплачивать в течение ожидаемого срока жизни обоих супругов, возраст которых в этот момент равен x и y соответственно. Таким образом, второе слагаемое в левой части уравнения – нынешняя стоимость суммы дальнейших годичных выплат. Далее, Ra_y – стоимость ренты R, если жена получает её уже сейчас, но из неё вычитается Ra_{xy}, поскольку она ничего не получит пока жив муж.

Эйлер замечает, что эта формула позволяет исследовать три особых случая:

– Если $u = 0$, муж должен сразу же уплатить стоимость вдовьей ренты, а s в этом случае есть её наличная стоимость

– Если $s = 0$, можно вычислить годичные уплаты за пожизненную вдовью ренту

– Если $s = u$, можно вычислить стоимость немедленной страховой премии

Эйлер приложил большое число таблиц, необходимых для вычисления s и u при 6% годовых на капитал, а для возраста жены он выбрал 15, 20, …, 90 лет. Возраст мужа в одной таблице совпадает с возрастом жены, в другой он старше на 5, 10, … лет. Кроме того, Эйлер составил подробные таблицы для $u = 0$ и $s = u$.

Во второй главе Эйлер рассмотрел *организацию фонда для похорон*; в то время подобные фонды (братства) уже существовали. Вначале он комментировал пример работы такого фонда с 550 членами, каждый из которых уплачивал 2 рубля в случае смерти одного из них. В каждом таком случае доход фонда составлял 1100 руб. Наследники покойного получали 1000 руб., остальные же деньги шли на оплату церкви [на отпевание покойного] и на покрытие накладных расходов. Вместо умершего следовало немедленно принять другого члена.

Последнее вряд ли было возможно: после некоторого времени молодые люди естественно не стали бы вступать в братство и оно поэтому не могло существовать долго. Эйлер ясно представлял себе основной недостаток в работе братств: не было верных вычислений.

Он разработал новую схему этого вида страхования,

Основанную на принципах вероятности, так что никто не имел права жаловаться.

Он начал своё исследование с примера. Человеку *m* лет, и по его желанию после его смерти наследники получат 100 руб. Требуется определить сумму, которую он должен уплатить либо сразу, либо ежегодными взносами, чтобы его желание осуществилось.

Эйлер снова исходит из большого числа лиц того же возраста, каждый их которых уплачивает *x* и ежегодно, пожизненно, вносит *z* в фонд. Фонд отдаёт деньги в рост, получая 6% в год. Эйлер вычисляет ожидаемый доход и расход фонда тем же методом, который мы обрисовали при описании других его сочинений. Таким образом он может определить стоимость ренты по заданным *x* и *z* и кроме того он обсуждает несколько особо важных методов уплаты страховых премий.

В заключение Эйлер приводит таблицы для вычисления необходимых взносов при *m* = 5, 10, 15, …, 90 лет, приняв 5% годовых на капитал вместо 6%, как раньше.

Разумеется, в фонде должна быть существенная сумма, на которую никакие проценты не начисляются, чтобы после каждой смерти оговорённые 100 руб. можно было бы сразу уплатить.

Страховые компании покрывают накладные расходы тем же способом. Эйлер, впрочем, советует *немного повысить* вычисленную сумму, чтобы обеспечить банк (?) на случай любых неожиданных случайностей, т. е. подчёркивает необходимость создания *резерва*.

В третьей главе Эйлер разработал *схему нового вида тонтин*, т. е. специальной формы страховой ренты. Итальянский врач Лоренцо Тонти (1630 – 1695) предложил их в 1653 г. премьер-министру Франции, кардиналу Мазарини с целью облегчить размещение государственного долга.

Желающий приобрести пожизненную ренту из тонтины для себя или другого должен был внести 300 ливров, рента же возрастала из года в год. Каждый рантье попадал в одну из десяти категорий в зависимости от своего возраста: до семи лет, от семи до 14, … и, наконец, в последнюю, десятую категорию включались лица старше 63 лет. Проценты на вложенные вклады распределялись между остававшимися в живых рантье в каждой категории по отдельности, но наследники умиравших не получали ничего. Последний остающийся в живых в данной категории получал всю предназначенную ей ренту и эта возможность была, видимо, особо соблазнительной. После смерти последнего рантье капитал тонтины переходил государству.

Первая тонтина была учреждена в 1689 г. и просуществовала до 1726 г., и последняя остававшаяся в живых, женщина, умерла

в 96 лет. В последний год своей жизни она получила 73 500 ливров. Тонтины существовали и в других странах, причём частные лица также отваживались устраивать их, но с дальнейшим развитием математики страхового дела и страхования тонтины отходили всё дальше на задний план. Со временем во многих странах их запретили.

Эйлер явно понимал недостатки этого вида (?) тонтин. Число их участников было ограничено: новые члены не принимались. Тонтиньеры никогда не знали, сколько денег они получат в будущем, начальные взносы были одинаковы для всех и не могли учитывать их финансовых возможностей. Мы постараемся вкратце описать схему Эйлера.

Он принял 95 лет за верхний предел жизни и предложил государству сразу начать 95 тонтин: первую, для новорождённых, вторую – для младенцев в возрасте от года до двух и т. д., так что в последней могли бы участвовать только лица, старше 94 лет. Через год следовало установить ещё 95 тонтин, и ещё столько же ещё через год и. т. д. Все эти тонтины составили бы *великую тонтину*, число членов в которой не было ограничено. В любое время в неё могли бы вступать лица любого возраста.

Рассмотрим одну из таких тонтин для возраста m с N членами. Каждый член вносит 1000 руб[12]. в должное время. Общая сумма $1000N$ руб. вкладывались в рост по 5% и постоянная сумма $50N$ руб. ежегодно распределялась среди остававшихся в живых членов тонтины. После n лет из N человек в живых останется Nl_{m+n}/l_m, и 50N будет распределено между ними.

Годичная рента любого участника не зависит от исходного числа членов, и каждый может заранее вычислить, какую сумму он может ожидать из года в год[13].

Эйлер вычислил две таблицы, каждая длиной $8_{1/2}$ страниц, в соответствии со своей формулой. Он полагал, что его тонтина привлечёт большое число участников, а если государство будет постоянно сохранять её, оно получит постоянный источник дохода, если только общество согласится с тонтиной. Схема Эйлера возбудила внимание, но публика оказалась очень осторожной. Как и раньше, новый тип тонтины считался рискованным мероприятием[14].

4. Решение вопроса теории вероятностей: сколько должны выплатить двое, чтобы после смерти обоих их наследникам была выплачена определённая сумма денег

Это сочинение было готово в 1776 г., но впервые появилось только в 1785 г[15]. Эйлер начинает с большого числа N женатых пар, мужей в возрасте a и жён в возрасте b. Каждая пара выплачивает сразу же x и обязуется ежегодно платить z до смерти

обоих, наследники же получат 1000 руб. после смерти пережившего супруга.

Как и в других сочинениях, Эйлер вначале пользуется принципом дисконтирования, затем вписывает таблицу смертности Керсебома и вычисляет четыре числа для первого, второго и вообще (n + 1)-года, т. е. числа остающихся в живых женатых пар, числа вдовцов и вдов и вымерших пар.

По первым трём числам он может определить ожидаемый доход страховой компании, так как они указывают, сколько страховых премий z будет уплачено. Четвёртое число определяет ожидаемый расход. Эйлер осторожно предполагает, что 1000 руб. придётся платить в начале года.

Соответствующая сумма, конечно, должна быть наготове в фонде и потому не будет приносить дохода.

Как и в предыдущих случаях, он приравнивает сумму дисконтированных дохода и расхода и выводит уравнение, которое позволяет выбрать надлежащие x и z. Это сочинение, написанное на латинском языке, или по меньшей мере его сводка была фактически составлена до окончания основной работы (§ 3). Это Эйлер сообщает в указанной работе. Более того, уже в 1770 г., задолго до публикации латинского сочинения, появилась немецкая работа Эйлера (E 403). Её описал L. G. Du Pasquier в [4] как *свободный перевод* статьи автора. Опубликовал её математик A. G. Kästner (1719 – 1800) [10], который также включил в неё различные добавления. Её название приведено ниже (§ 5).

5. Необходимые вычисления для учреждения вдовьей кассы

Здесь Эйлер рассмотрел отдельную задачу. Его очень подробный текст бесспорно показывает, как тщательно он старался с наибольшей ясностью представить идеи, лежащие в основе страхования жизни и обеспечить прочную основу для работы страховой компании. Мы можем лишь вкратце обсудить эти идеи, но покажем, как Эйлер пытался распространить их в своём элементарном изложении.

Он начал с рассмотрения супружеской пары в возрастах мужа m и жены n. Супруги согласились сразу же уплатить страховой компании a и уплачивать b ежегодно до тех пор, пока они оба живы. Страховая компания взамен обязывалась установить вдове ежегодную ренту c после смерти её мужа.

Как же честно определить верное соотношение a и b к ежегодным выплатам c?

В некоторых *предварительных замечаниях* устанавливается, помимо прочего, что верное соотношение должно быть найдено *по эмпирическим наблюдениям людской смертности*, принимая во внимание возрасты мужа и жены. Далее, *очевидно*, что [в изучении этого] должно участвовать большое число таких

женатых пар, *как и во всех начинаниях, основанных на законах вероятности*. Устанавливается, что обязательства обеих сторон заканчиваются, если жена умрёт раньше мужа.

Для ответа на поставленный вопрос мы рассмотрим *одну* женатую пару в указанных возрастах. Уплаченные страховые премии должны приносить доход; прирост капитала обозначим через λ, так что сумма a, полученная от супругов, через год станет равной λa, через два года, $\lambda^2 a$ и т. д.

Следует рассмотреть четыре случая. **1.** Оба супруга ещё живы. **2.** Муж жив, жена умерла. **3.** Жена жива, муж умер. **4.** Пара вымерла. В первом случае страховая компания получает b, в третьем случае она уплатит c, в остальных двух случаях никакой выплаты не будет.

Вероятность[16] мужу остаться в живых через год указывается формулой

$$\lambda a + (l_{n+1}/l_n)[(l_{m+1}/l_m)(b + c) - c].$$

Для определения состояния фонда через два года следует умножить выведенный член (?) на λ и прибавить новый член с l_{n+2} и l_{m+2}:

$$\lambda^2 a + \lambda(l_{n+1}/l_n)[(l_{m+1}/l_m)(b + c) - c] +$$
$$(l_{n+2}/l_n)[(l_{m+2}/l_m)(b + c) - c].$$

Таким же образом определяется состояние фонда через x лет

$$\lambda^x a + \lambda^{x-1}(l_{n+1}/l_n) + [(l_{m+1}/l_m)(b + c) - c] +$$
$$\lambda^{x-2}(l_{n+2}/l_n)[(l_{m+2}/l_m)(b + c) - c$$
$$\lambda^{x-3}(l_{n+3}/l_n)[(l_{m+3}/l_m)(b + c) - c] + \ldots$$
$$\lambda^0(l_{n+x}/l_n)[(l_{m+x}/l_m)(b + c) - c].$$

Теперь следует интересная мысль Эйлера: примем столь большое x, что $l_{n+x} = l_{m+x} = 0$. Тогда состояние фондов должно также оказаться нулевым. Так разделим приведённое выражение на λ^x и приравняем частное нулю. Мы получим линейное уравнение, к примеру, для c, т. е. для размера пенсии при заданных a и b.

Как и в других случаях, Эйлер вводит сокращения. Множители при c и $(b + c)$:

$$F = (1/l_n)(l_{n+1}/\lambda) + l_{n+2}/\lambda^2) + \ldots),$$
$$G = (1/l_n l_m)(l_{n+1}l_{m+1}/\lambda) + l_{n+2}l_{m+2}/\lambda^2 + \ldots).$$

Мы получаем уравнение

$$a + Gb + Gc - Fc = 0$$

и

$$c = (a + Gb)/(F - G),\ b = [c(F - G) - a]/G,\ a = Fc - G(c + b).$$

Мы хотели бы заключить словами L. G. Du Pasquier, которыми он закончил свой труд [4]:

Своими трудами, которые я обсуждал здесь, Эйлер оказал громадную услугу страхованию жизни, потому что он сильно способствовал распространению страховых учреждений и обратил на них внимание и обеспечил поддержку более широких кругов. Далее, он по существу обеспечил математически и технически верные основы для страхования. Кроме того чтение его трудов доставляет истинное удовольствие ввиду их ясности и чёткого и умелого обращения с задачами. Наконец, последнее по счёту, но не по важности, этот мастер откровенно показывает нам пути, по которым он выводит свои результаты.

Примечания

1. Это утверждение следовало бы комментировать. О. Ш.

2. Комментарии, прекрасные пояснения и уместные дополнения, которые составил де Паскье (Louis-Gustave Du Pasquier, 1876 – 1957), оказались существенно полезными. Р. И.

3. В 1669 г. понятие о вероятном сроке жизни (но не сам этот термин) ввёл Гюйгенс в своей переписке, которая была опубликована в 1895 г. (Шейнин 2013, § 3.2.2). О. Ш.

4. Willem Kersseboom, 1691 – 1771 из Гааги. Он основал свою таблицу смертности на регистрации смертей голландского сообщества и материалах администрации рент. Р. И.

5. Автор ничего не сообщил. О. Ш.

6. Представление возрастания населения геометрической прогрессией можно найти и во *Введении в анализ бесконечных* 1748 г. Эйлера. Р. И.

См. русский перевод 1961 г. О. Ш.

7. Очевидно, не все статистики признают *теоретические* успехи Эйлера при исследовании этих проблем. Так, Пирсон [8, с. 277], также (?) основатель современной статистики, был весьма разочарован этим сочинением:

Он [Эйлер] *садится на своего коня, на математическую теорию, и не думает выяснять, годится ли его конь для поездки. Нет проверки принятой гипотезы действительными числами*. Р. И.

8. О работе Эйлера над указанной главой сочинения Зюссмильха см. Шейнин (2013, § 7.2.2). О. Ш.

9. Эйлер не работал с commutation числами. Эти специальные символы были введены английской школой и датчанином Tetens, 1763 – 1805 (1785). Р. И.

Мы не знакомы с этими числами и не смогли найти перевода термина на русский. О. Ш.

10. В 1772 г. Даниил Бернулли рекомендовал ослепшему Эйлеру математика и астронома Николая Фусса (1755 – 1825), родом также из Базеля, в качестве секретаря. Фусс прибыл в Петербург в 1773 г. и в течение десяти лет Эйлер диктовал ему свои труды и письма. Под руководством Эйлера он вычислял и подготовил примерно 250 его сочинений к публикации. В 1783 г. он стал членом Петербургской академии и профессором. В том же году он зачитал Академии своё *Похвальное слово* об Эйлере 1786 г., и оно стало широко известно. Р. И.

11. Немецкий перевод выполнил Johan Augustin Kritter (1721 – 1798) в Гёттингене. В своё время он был хорошо известен как автор и переводчик различных сочинений из области страхования. Р. И.

12. Единый взнос, который Эйлер считал недостатком прежних тонтин (см. выше), остался. О. Ш.

13. Возможны, однако, случайные колебания числа остающихся в живых членов тонтины, особенно, когда их остаётся немного. О. Ш.

14. Подробно о развитии тонтин см. [9]. Р. И.

15. *Opuscula analytica*, t. 2. Р. И.

16. Мы применили здесь современную символику. Эйлер представлял эти вероятности отношениями чисел живущих. Р. И.

Библиография

1. *Aktuare in Helvetiens Landen – 8-mal 4 Porträts*, Jubiläumsheft 100 Jahre SAV Schweiz. Aktuarvereinigung. Bern, 2005.

2. Euler L., *Opera Omnia*, ser. 1, t. 7. Leipzig, 1923. Редактор L. G. Du Pasquier.

3. Kupper J., Versicherungsmathematik und schweiz. Hochschulen. *Mitt. Schweiz. Aktuarvereinigung*, No. 1, 1998.

4. Du Pasquier L. G., L. Euler's Verdienste um das Versicherungswesen. *Vierteljahresschrift Naturforsch. Ges. Zürich*, No. 54, 1909.

--- Les travaux de L. Euler concernant l'assurance. *Mitt. Vereinigung Schweiz. Versicherungsmathematiker*, No. 5, 1910.

5. Sofonea T., L. Euler und seine Schriften über die Versicherung. *Het Verzerkerings.-Archief*, No. 34, 1957.

6. Loeffel H., L. Euler – zum 200. Todestag. *Mitt. Vereinigung Schweiz. Versicherungsmathematiker* No. 1, 1984.

7. Ineichen R., *Leonhard Euler*. См [1] в Библиографии.

8. Pearson K. *History of Statistics in the 17th and 18th Centuries*. Редактор E. S. Pearson. London, 1978.

9. Du Pasquier L. G., Die Entwicklung der Tontinen auf die Gegenwart. *Mitt. Vereinigung Schweiz. Versicherungsmathematiker* No. 5, 1910.

10. Kästner A. G., Des Herrn L. Euler nötige Berechnung zur Einrichtung einer Witwenkasse. См. [2] в Библиографии.

Шейнин О. Б., Sheynin O. (2007), Euler's work in probability and statistics. R. Baker, редактор, *Euler Reconsidered. Tercentenary Essays*. Heber City, UT, с.281 – 316. **S, G,** 34.

--- (2013), *Теория вероятностей. Исторический очерк*. Берлин. **S, G,** 11.

Fuss N. (1786), Lobrede auf Herrn Leonhard Euler. *Opera Omnia*, ser. 1, t. 1, 1911. **S, G,** 34.

Tetens J.-N. (1785), *Anleitung von Leibrenten und Anwartschaften*.

VII

Дж. К. Гош, П. Майти, Т. Дж. Рао, Б. К. Синха

Развитие статистики в Индии

J. K. Gosh, P. Maiti, T. J. Rao, B. K. Sinha,
Evolution of statistics in India.
***Intern. Stat. Rev.*, vol. 67, No. 1, 1999, pp. 13 – 34**

1. Введение

Статистика собиралась и применялась на Индийском субконтиненте[1.1] уже в древности, но существенные изменения в этой деятельности произошли во время английского периода истории Индии (1757 – 1947). Некоторые изменения были вызваны новыми имперскими нуждами, но их существенная часть объяснялась косвенными результатами западного обучения и духом научной любознательности и экспериментирования.

После независимости Индии (1947) интерес в быстром социальном, экономическом и техническом развитии добавил новую точку зрения. Прошло уже полстолетия после этого серьёзного события, и, видимо, настал подходящий момент для обзора развития статистики в Индии. Мы имеем целью представить краткую историю вопроса, но не оценивание текущего положения. После достижения независимости для нас важнейшим периодом было десятилетие 1950 – 1960 гг., когда одновременно происходило очень многое. Наш отчёт начинается в древности, сосредоточивается на периоде 1930 – 1960 гг. и закачивается кратким продолжением.

Создателем современных статистических методов на Индийском субконтиненте был несомненно Прасанта Чандра Махалонобис, но ему помогала плеяда весьма известных учёных, в том числе Кальямпуди Радхакришна Рао, Рад Чандра Бозе, S. N. Roy, S. S. Bose, Раджагопалан Наир, D. B. Lahiri. Были и учёные, которые работали независимо от Махаланобиса, Pandurang Vasadeo Sukhatme и Vinayak Govind Panse.

Наша история это история некоторых из этих лиц и институтов и их взаимодействия. В заключительном параграфе мы пытаемся выяснить, что было уникальным в развитии статистики в Индии в начале столетия, и каковы могли были быть исторические причины появления того, что Рао назвал золотым периодом статистики в Индии.

2. Исторический фон

2.1. Ранние истоки. Интересно и поучительно заметить, что статистические познания и вероятностные идеи были приписаны

королям и правителям, упомянутым в великой индийской эпической поэме Махабхарате, см. Godambe (1976):

Король Bhangasuri хотел похвастаться своим познанием чисел и оценил число листьев и фруктов на двух громадных ветвях раскидистого дерева. Он заявил, что там 2095 *фруктов. Nala считал всю ночь и утром должным образом удивился. Bhangasuri воздал себе должное: Я владею наукой игральных костей и с числами таким образом искусен*.

Понятие вероятности было признано в индийской философии джайнизма, что следует из сочинений Bhadrabahu (433 – 357 до н. э.) о syadvada или *суждения возможностей*. Mahalanobis (1954) и Haldane (1957) ссылаются на текст в санскрите о диалектике семи утверждений[2.1] и соотносят его с понятиями теории вероятностей и примерами на подбрасывание монеты и об *изучении физиологии органов чувств*.

Великий трактат по экономике *Аргхашастра*, который написал Чанакья (370 – 283 до н. э.), обычно датируется периодом 321 – 296 до н. э. Он включает подробное описание системы сбора данных, относящихся к сельскохозяйственным и экономическим переписям и переписям населения в деревнях и городах. Так, в гл. 35 (Shamasastry 1929, с. 158) приводятся такие подробности:

Деревенский счетовод Gopa обязан следить за счетами пяти или десяти деревень, как было приказано генеральным сборщиком. Пронумеровав дома, уплачивающие и не уплачивающие налог, он не только записывает общее число обитателей всех четырёх каст в каждой деревне, но ведёт счёт точного числа земледельцев, пастухов, торговцев, ремесленников, [сельскохозяйственных] *рабочих, рабов, двуногих* [птиц] *и четвероногих животных, и в то же время устанавливает, сколько золота, бесплатного труда, пошлин и штрафов может быть собрано* (*с каждого дома*).

Махалонобис (1950) заметил, что (гл. 35, с. 159) не только сведения собирались так подробно, но была предусмотрена необходимость контроля сетью независимых агентов, работающих под чужим именем:

Шпионы, представляющиеся домохозяевами, назначенные генеральным сборщиком для шпионажа, удостоверят верность отчётов (*деревенских и районных официальных лиц*) *о полях, правах на собственность и освобождений от налогов по отношению к домам, а также о кастах и профессиях.*

Можно заметить, что китайский паломник и путешественник Сюаньцзан в позднем VII и раннем VIII вв. подробно описал планы городов, устройство домов, дал отчёт об обычных [сельскохозяйственных] продуктах Индии и сообщил сведения о площади королевств и расстояниях между ними.

2.2. Период Великих Моголов. Перенесёмся к периоду Великих Моголов. Абу-ль-Фадль-Аллами написал шедевр *Ain-i-Akbari*. Примерно в 1590 г. автор был придворным императора Акбара. Он сообщил подробности о нескольких государственных управлениях, включая систему узаконенных [единиц] измерения, классификацию земель, урожаев по сезонам. Абу-ль-Фадль

Считается статистиком. Никакие подробности, начиная от доходов провинций до стоимости ананаса, от организации армии и рангов и обязанностей благородных людей до формы подсвечников и стоимости щётки для чистки лошадей, не находятся вне поля зрения его микроскопического и терпеливого исследования (Jarrett 1894).

Руководства по доходам в период Акбара продолжали составляться даже во времена Шах-Джахана и Аурангзеба. Инструкции императора Аурангзеба, подготовленные в 1690 г., были хорошей хронологией статистики (?). Сочинения, содержащие статистические сведения, написали также Jag-Jivan Das, Rai Chatar-mal и Sujan Rai Bhandari.

В соответствии с системой землевладения и государственных доходов от земель, которая существовала в течение периода Великих Моголов, вся земля принадлежала императору, а земледелец был арендатором, который обладал полной свободой в использовании своего надела. Определённая часть производимого продукта, которая устанавливалась время от времени, должна была отдаваться государству как доход от земли.

Однако, с упадком и развалом империи Великих Моголов вскоре после Аурангзеба многие официальные лица, назначенные императором, стали независимыми набобами и королями без всякой или только при номинальной зависимости от центральной власти.

3. Статистическая система в Британской Индии

3.1. Ранний Британский период. Во время упадка империи Великих Моголов англичане вступили в Индию как торговцы, плантаторы, деловые люди, тогда как индийская политическая сцена состояла из большого числа разрозненных малых и больших независимых или почти независимых королевств. Британскую политическую власть впервые установила Британская Ост-Индская компания (EIC) в Восточной Индии. В конце концов, вся неразделённая Индия кроме номинально независимых штатов и нескольких французских и португальских поселений оказалась под владычеством Англии (1757 – 1947).

В Восточной Индии англичане ввели систему *постоянного заселения.* Промежуточные сборщики налогов были ответственны за уплату доходов от управляемых ими крупных

землевладений в британское казначейство. Объём доходов был *закреплён навечно* и должен был уплачиваться до *заката* в установленный день. Система деревенских официальных лиц, *patwaris*, государственных чиновников по сбору налогов была упразднена. В этих *постоянно заселённых* областях не оказалось продуманного официального агентства по сбору первичной статистики. Необходимость в приобретении отчётов и подробных сведений об оккупированной территории существенно ощущалась в EIC. Вот сообщение 1807 г. о коллегии её директоров:

По нашему мнению статистическое обследование страны под вашим непосредственным руководством было бы весьма полезным. Поэтому мы рекомендуем предпринять необходимые меры для исполнения этой рекомендации[3.1].

В 1807 г. началось статистическое обследование провинций, подчиняющихся Бенгалии, площадью 60 тысяч кв. миль, на которой проживало около 15 *млн* граждан Англии. Руководил им генерал-губернатор в совете[3.2], доктор Фрэнсис Бьюкенен-Гамильтон (Buchanan 1807). Он истратил около 30 тысяч фунтов и представил отчёт в Лондон в 1816 г. Этот отчёт содержал подробную информацию о топографии каждого района, условиях жизни обитателей, их религии, обычаях, естественных продуктах страны, рыболовстве, рудниках, каменоломнях; о положении в сельском хозяйстве, состоянии землевладения и аренды, успехах индусов в искусстве, состоянии владельцев мануфактур и о коммерции. Вдобавок были перечислены редкие, полезные и странные растения и семена.

Через довольно долгое время, в 1838 г., в Индию был послан Монтгомери Мартин, чтобы изучить территорию, описанную в отчёте Бьюкенена. Под впечатлением *критического отношения, проницательного научного духа и экспериментального подхода* Бьюкенена Martin (1838) опубликовал трёхтомный отчёт на 2400 страницах[3.3] о девяти районах Бенгалии. Его основной целью было ознакомление читателей с немыслимым трудом Бьюкенена

И в какой-то мере возбудить у населения Англии ощущение условий жизни громадного числа их соотечественников […] *в Британской Индии, которая является такой же неотъемлемой частью Империи, как Шотландия и Ирландия*.

Основные рекомендации Мартина сводились к установлению умеренного налога на землю; обложению равноценных товаров таким же налогом, как на свободную торговлю (on equivalent produce as per free trade); поощрению стойкой и благоразумной банковской системы; и учреждению муниципалитетов в основных городах.

В 1848 г. чиновник государства А. Шекспир опубликовал сведения о первой переписи территории и доходов каждого района Северо-западных Провинций, и тогда же, в 1847 г., полковник Sykes возглавил небольшой отдел статистики в Доме Индии (India House). В 1853 г. отдел опубликовал первую серию статистических статей об Индии. Затем, 1 января 1855 г. и 10 января 1868 г., были опубликованы отчёты о переписях и ещё ранее, в 1822 и 1847 гг. W. H. Carey провёл переписи Калькутты (Chaudhuri 1964), население которой составило 179 917 [точность явно фиктивна] и 400 тыс. человек.

В 1769 – 1855 гг. переписи проводила EIC, а в 1858 – 1869 гг. прошли государственные переписи. И те, и эти были фрагментарны, вряд ли систематичны и разнородны. В период 1867 – 1872 гг. впервые попытались систематически установить полное население Индии *фактическим поголовным подсчётом*. Перепись, однако, была неполной и не прошла одновременно. С 1881 г. до сего времени переписи проводятся каждые десять лет и результаты первой из них были опубликованы в трёх томах.

Kingsley Davis (1951) заметил, что

Переписи в Индии были примечательны не только собранными сведениями, но и особыми препятствиями, которые приходилось преодолевать […]. *Устроители переписей в громадной степени обогатили наше познание почти во всех ветвях знания от антропологии и социологии до географии и религии*.

В 1815 г. W. Hamilton опубликовал первый географический справочник, а в 1828 г. пересмотрел его и опубликовал справочник по Восточной Индии. Впрочем, полным для своего времени считался четырёхтомный географический справочник Торнтона (Thornton).

Под влиянием развития статистической деятельности один из министров Англии повелел генерал-губернатору в совете подготовить *подробную и согласованную* схему статистических исследований для каждой из двенадцати основных провинций тогдашней Британской Индии. Для их проведения в 1869 г. доктор W. W. Hunter был назначен генеральным директором статистики в Индии. В 1870 г. Хантер подготовил план для имперского географического справочника Индии. Местные правительства запланировали статистические работы иначе, предусмотрев более существенные затраты и большее число исследований, а несколько общественных организаций, как, например, Азиатское общество, настаивало на систематических и согласованных усилиях и на едином плане исследований.

Было решено [кем?] составить базу данных, собранных местными правительствами, в качестве общей основы с единым планом и предложить быстрые методы вычислений по данным. И

так появилось 20 томов статистического отчёта Бенгалии (нынешний Бангладеш, Зап. Бенгалия, Бихар и Орисса) под редакцией Хантера (Hunter 1875). По каждому району были приведены подробные сведения о топографии; национальным отличиям; религиозным убеждениям; о положении в сельском хозяйстве; торговле; о работе местной администрации; санитарном и медицинском состоянии населения; о существующих метеорологических данных.

Затем последовали статистические отчёты о провинциях Ассам, Северо-западных провинциях, Пенджабе и др. Всего было опубликовано около ста томов (36 тысяч страниц) по 240 районам из пятнадцати провинций. В дальнейшем эти данные были в сжатом виде опубликованы в справочнике *Imperial Gazetter of India* (девять томов, 1881). Эту деятельность комментировал Chaudhuri (1964):

Ни одна сравнимая территория в мире не обладает ничем подобным этой громадной сводке [устаревших] *статистических данных, демографических и исторических материалов, составленной в стране, которая по своей обширности и разнородности своих характерных черт почти равна континенту.*

Необходимость своевременного и точного сбора сельскохозяйственных данных стала ясной Комиссии по голоду (*Indian Famine Commission*) и в различных провинциях были учреждены сельскохозяйственные отделы. В результате в 1886 г. появилась сельскохозяйственная статистика *Agricultural Statistics of British India*. Для изучения и сведЕния данных, собираемых новыми отделами, в центре (?) в 1895 г. было учреждено статистическое бюро. Его задачей было[3.4] согласование сельскохозяйственной внешней торговли[3.5], цен, заработной платы и промышленной статистики. Эту работу возглавлял генеральный директор по статистике[3.6].

3.2. Позднейший Британский период. В 1905 г. Лорд Керзон[3.7] упразднил должность генерального директора статистики, реорганизовал департамент (?), выделив сотрудников по сбору статистических данных и учредил генеральную директорию по коммерческим известиям и статистике (DGCI&S). В основном она была обязана собирать коммерческую статистику в помощь торговле и бизнесу, быть связующим звеном между индийскими деловыми людьми и их иностранными партнёрами, публиковать журналы и специальные бюллетени по статистике торговли.

В 1906 г. появился первый выпуск *Indian Trade Journal.* Существенным вкладом в статистику цен явилось исследование 1910 г. Datta и др. (1913). Книга Shirras (1919) об индийских

финансах и банках содержит очень интересные сведения об экспорте и импорте, балансе торговли, росте деловой активности, добыче золота и серебра, бумажных деньгах и подробностях о банках на период, длившийся иногда с середины 1850-х годов до 1918 г. Автор был директором статистики в правительстве[3.8] и членом Университета Калькутты[3.9].

В 1925 г. был учреждён Комитет экономических исследований под председательством Visweswarayya и, что было важнее, позднее, в 1934 г., появился Комитет Боули – Робертсона. Оба комитета были в основном ответственны за решение правительства учредить меж-департаментский комитет при экономическом советнике правительства Индии. Этот комитет в свою очередь рекомендовал учредить Центральное статистическое бюро для согласований и подготовки статистических кадров и статистические бюро при органах управления (headquarters) штатов и составлять существенную статистику для страны в целом, см. *Statistical* (1979).

4. Статистическая система после обретения независимости

Как было видно из предыдущего изложения, в течение всего британского периода развитие статистики было приспособлено к нуждам администрации, торговли, коммерции и т. п. Только после обретения независимости в 1947 г. страна почувствовала острую необходимость в статистической основе, подходящей для экономического и социального развития. В 1949 г. Махаланобис был назначен почётным статистическим советником правительства Индии, и в том же 1949 г. под его техническим руководством в секретариате правительства было учреждено Центральное статистическое бюро (Unit).

Через несколько лет, в 1951 г. была учреждена Центральная статистическая организация (CSO) для согласования статистической деятельности независимой Индии, а в 1950 г. – Национальное выборочное исследование (survey), NSS, для сбора самых разнообразных фактов. В 1961 г. обе организации были переданы вполне созревшему Департаменту статистики.

4.1. Центральная статистическая организация (CSO). Её основной целью было согласование статистических исследований различных министерств и других государственных организаций; предоставление им советов; поддерживание стандартов в отношении определений, понятий и методов; осуществление контактов с международными статистическими организациями и статистическим бюро ООН; подготовка и публикация *Annual* и *Monthly Statistical Abstract*; и распространение в обществе ежегодной статистики при помощи графических средств и таблиц.

В 1954 г. Национальный комитет по доходам (NIC), учреждённый в 1949 г., рекомендовал [решил?] перевести свою организационную структуру (Unit) из Министерства финансов в CSO. С тех пор оценка национального дохода стала существенной частью работы [CSO]. Аналогично, в CSO была учреждена секция планирования для наблюдения за планированием, которое осуществляло правительство. В 1956 г. была добавлена секция населения, в основном для наблюдения за схемами (?) и исследованиями о населении, подготовки сводок и памятных записок о переписях и статистике населения. CSO также принимало участие в подготовке статистиков, служащих государства и штатов для улучшения официальной статистики.

В 1957 г. Директорат промышленной статистики [?] был переведён из Министерства коммерции и промышленности [куда?], а для достижения единого подхода в планирующих и статистических организациях Департамент статистики[4.1], включая CSO и NSSO был в феврале 1973 г. переведён [откуда?] в Министерство планирования и осуществления программ.

В ранние годы главами CSO были B. Ramamuri, S. Subramanian, P. C. Mathew и K. R. Nair.

4.2. Национальное выборочное исследование. Постоянный комитет статистиков Департаментов и Национальный комитет по доходам (NIC) чувствовали срочную необходимость повышения качества статистических сведений. В 1950 г. NIC рекомендовал применять выборочный метод для покрытия пробелов в оценках национального дохода.

Правительство Индии попросило Индийский статистический институт (ИСИ), который с 1935 г. приобрёл опыт в исследованиях крупного масштаба, подготовить подробный план и оценки для всеобъемлющего социально-экономического обследования сельских районов. Первая серия сбора данных началась в октябре 1950 г. и закончилась в марте 1951 г. при утверждённой численности персонала в 607 человек. В 1957 г. Директорат NSS был переведён из Министерства финансов в секретариат правительства. Как было упомянуто выше [в конце § 4], с 1961 г. он был включён в Департамент статистики.

Полевые исследования осуществлял Директорат, однако техническое планирование, включая составление вопросников и подобных документов, инструкций для полевиков, перечисление подробностей изучаемого, обработку данных и табулирование было поручено ИСИ под общим руководством Махаланобиса. В январе 1971 г. секция планирования и анализа была переведена из ИСИ в департамент статистики и образовала Организацию Национального выборочного исследования (NSSO), которая включала подразделения полевых операций и обработки данных.

NSS является самым мощным в мире многоцелевым социально-экономическим исследовательским центром. Его деятельность согласовывалась [собственными?] четырьмя основными подразделениями: планированием исследований, полевыми операциями, обработкой данных и экономическим анализом. В настоящее время помимо [за исключением?] социально-экономических обследований данные собираются и другими организациями (ежегодное исследование промышленности, исследование оценок урожаев и площадей, структуры городов и цен). С раннего времени с NSS сотрудничали J. M. Sengupta, D. B. Lahiri, S. Raja Rao и M. N. Murthy.

По мнению Lahiri, с самого начала одного из главных творцов NSS, эта организация

Избрала объектом работы многоцелевое и весьма общее исследование структур, и планы исследований постепенно стали такими развёрнутыми, что позволили изучать взаимную связь различных составляющих социально-экономической картины страны и её регионов и штатов. NSS было в основном подробным исследованием населения, правда со значительными усилиями по оценке возделанной территории и урожаев. Махаланобис считал эту вторую задачу исключительно важной ввиду хронической нехватки продовольствия.

Комментируя сложность и охват планов Махаланобиса для NSS, Deming (1973) указал:

Ни одна страна, развитая, неразвитая, слишком уж развитая, не обладает такой богатой информацией о своём населении, как Индия.

4.3. Другие статистические организации и иная статистическая деятельность в правительстве. Среди других важных статистических подразделений в правительстве Бюро DGCI&S является одним из старейших. Оно по-прежнему ответственно за коммерческую информацию и статистику иностранной торговли.

Бюро генерального регистратора, созданное в 1948 г., проводит переписи через каждые десять лет и систему выборочной регистрации, а также публикует иную демографическую статистику и в широком, и в более узком смысле. При переписях 1951 и 1961 гг. под руководством генеральных регистраторов R. A. Gopalaswami и Ashok Mitra были произведены некоторые серьёзные изменения в сборе и анализе данных.

Для получения надёжных демографических показателей, подходящих для решения проблем планирования и установления линии поведения Бюро генерального регистратора с 1970 г. ввело систему выборочной регистрации, чтобы таким образом покрыть

сельские и городские районы страны. Это новшество оказалось очень успешным.

Бюро труда, учреждённое в 1946 г. [до независимости?], ответственно за сбор и распространение статистики труда и за публикацию индексов потребительских цен. Кроме этих подразделений в центре (?) и во многих центральных министерствах существуют статистические бюро штатов (SSB), которые на своей территории занимаются тем же, что и CSO и сотрудничают с NSSO при проведении многоцелевых обследований.

Необходимость формирования статистических кадров была признана меж-департаментским комитетом официальной статистики, и в 1964 г. была учреждена Индийская статистическая служба для обслуживания нужд центральных министерств. Недавно Департамент статистики, который занимается новыми темами, например, статистикой окружающей среды, статистикой услуг и гендерной статистикой, принял программу модернизации и полной компьютеризации существующих систем обработки данных.

4.4. Подразделение перспективного планирования. По просьбе правительства Индии черновой вариант второго пятилетнего плана в 1954 г. в ИСИ подготовил Махаланобис. Он (1953, 55)[4.2] следовал нацеленной вперёд модели типа Харрода – Домара и смоделировал чистый выпуск продукции в двух секторах с вложениями в производство средств производства и средств потребления. Его модель была основана на кривой роста экономики

$$Y_t = Y_0[1+\alpha_0[(1+\lambda_i\beta_i)^t - 1][(\lambda_i\beta_i + \lambda_c\beta_c)/\lambda_i\beta_i].$$

Здесь Y_t – национальный доход в году t, α_0 исходная относительная величина вложений в базисном году 0, λ_i и λ_c доли вложений в производство двух указанных средств, а β_i и β_c отношения приращения дохода к вложениям в этих секторах.

На протяжении более длительного периода большее λ_i приносит бОльшую скорость роста. Во втором пятилетнем плане λ_i было принято примерно равным 0,3, что приводило к предельному росту вложений около 18%. Таким образом, модель приводила к предпочтению вложений в средства производства и в длительной перспективе к более высокой скорости роста потребления.

Позднее Махаланобис подготовил четырёхсекторную модель, в которой производство средств потребления было подразделено на фабричное, кустарное, включающее сельское хозяйство, и

всевозможные услуги. Черновой вариант второго пятилетнего плана был основан на этой модели, которая подчёркивала быстрое промышленное развитие как верую стратегию экономического роста.

Рао заметил, что Махаланобис

Никогда не утверждал, что его модель является новшеством в экономической теории. Он относился к модели как к понятийной основе, полезной для практических целей. Модель *выявляла основные характеристики исследуемой системы, но не заставляла тщетно блуждать в подробностях*.

Эта основа оказалась полезной и для последующих планов. В 1955 г. Махаланобис был назначен членом комиссии планирования. Для дальнейшего изучения планирования он предусмотрел необходимость учреждения организации перспективного планирования (PPD), которая и появилась в Дели рядом с комиссией планирования. Pitambar Pant, бывший секретарь Джавахарлала Неру до независимости, стал её главой. Вдобавок он помог Институту во всех переговорах с правительством.

Под руководством Панта в PPD были разработаны различные модели для длительного планирования. В 1972 г. была распространена, а в 1974 г. опубликована в *Sankhya* статья *Perspective of development: 1961 – 1976. Implications of planning for a minimum level of living*. (Перспектива развития: 1961 – 1976. Неявный смысл планирования минимального уровня жзни).

Глубина проникновения и [объём] выпуска [научной продукции] PPD и её роль в выборе линии поведения комиссии по планированию в ранние 1960-е годы можно считать *вершиной карьеры Питамбара* (Minhas и др. 1974).

Интересной стороной подготовки чернового варианта второго плана было грандиозное применение данных, собранных CSO и NSS. Соответствующие записи сохраняются в большом числе отчётов, подготовленных в этом периоде.

В Исследованиях о планировании национального развития, отчёт 1/P. U. 1.1 19 ноября 1954, ИСИ, Махаланобис написал:

На основе данных, собранных NSS, мы приступили к усиленному изучению того, как потребление некоторых товаров или использование некоторых услуг фактически изменяется с изменением уровня расходов на отдельное лицо.

Там же Махаланобис соотносит это изучение и производство товаров:

Какая-либо отрасль промышленности будет продавать свою продукцию другим отраслям промышленности. И она обеспечит свои потребности из других источников. […] *Вся промышленная структура тесно взаимосвязана, и чтобы постигнуть изменение*

уровня производства одного товара необходимо учесть изменение выпуска во многих других отраслях промышленности. Если вложение примерно назначено, ожидаемые затраты потребителя известны и требования окончательного потока потребительских товаров удовлетворены, необходимо будет определить полный выпуск товаров в различных отраслях промышленности.

Это может быть сделано при помощи внутренних соотношений в промышленности (*иногда их называют таблицами затрат – выпуска*). *Мы уже работаем над таблицами* 12x12 *и подготавливаемся к работе над таблицами* 90x90.

Одним из основных средств этого анализа были таблицы затрат – выпуска, которые должны были быть модернизованы или составлены заново и использованы при составлении национальных отчётов. Замечания Махаланобиса остаются уместными:

Чтобы рассмотреть подробное подразделение производства товаров и предоставления услуг приходится учитывать экономические и технические отношения вложений, доходов и занятости в различных отраслях промышленности. Работы в небольшом объёме над этим уже начались.

Одним из ранних источников для таблиц затраты – выпуск является таблица 12x12 в указанном отчёте 1/P.U.1.1. В дальнейшем ИСИ подробнее и более изощрённо изучал эластичность потребления и доходов, но связь с планированием и выбором линий поведения оказалась менее ясной.

5. Махаланобис и Индийский статистический институт

5.1. Ранний период, 1915 – 1931. Махаланобис был рождён в зажиточной семье Брахно в 1893 г. Брахно были просвещённой реформистской группой, которая проповедовала монотеизм и выступала против каст и различных суеверных ритуалов индуизма. В 1913 г. Махаланобис отправился учиться в Кембридж и в 1915 г. с отличием сдал первые экзамены по естествознанию. В то время он впервые столкнулся со статистикой (Rao 1973):

Во время отъезда Махаланобиса из Кембриджа в Индию шла первая мировая война, и произошла короткая задержка. Он использовал время задержки для просмотра книг в библиотеке King's College. Руководитель группы студентов Маколей как-то обратил внимание Махаланобиса на несколько томов Биометрики. […] *Он настолько заинтересовался, что купил полный комплект журнала* […] *и начал читать этот журнал на пути в Индию* […] *и продолжал изучать его и решать упражнения в своё время после прибытия в Калькутту*.[5.1]

Махаланобис пытался отыскать проблемы, при решении которых смог бы применить свои новые познания. Громадное влияние на него оказал в то время Acharya Brajendra Nath Seal, один из первых, оценивших значимость новой дисциплины. Первой важной работой в Индии по статистике в новом смысле возможно был статистический анализ результатов экзаменов в Калькуттском университете. В 1917 г. Сил, как председатель комитета по реформе экзаменов в этом университете, попросил Махаланобиса помочь ему с этим анализом.

При выборе новой нехоженой тропы Махаланобиса поддержал и поэт Тагор, который даже написал поэму в *Sankhya* (т. 2, 1934, с. 1).

Во время сессии Индийского конгресса науки 1920 г. в Нагпуре Махаланобис встретил Annandale, директора Zoological Survey of India (Зоологического обзора Индии), который собирал данные об англо-индусах в Калькутте, и Махаланобис заинтересовался статистическим анализом его данных (Махаланобис 1922). В дальнейшем он продолжал работу с антропологическими[5.2] данными (Махаланобис 1925; 1930; 1931; 1936) и составил новую методологию для классификации или подразделения групп людей, характеризуемых подобными измерениями. В ходе этой работы появилось знаменитое расстояние D^2 Махаланобиса.

Пусть Σ обозначает обычную дисперсионную матрицу [матрицу ковариаций] измерений, тогда мерой расстояния между двумя группами людей оказывается по Махаланобису

$$D^2 = (\mu_1 - \mu_2)'\Sigma^{-1}(\mu_1 - \mu_2).$$

Здесь μ_i, $i = 1, 2$ есть средний вектор для i-й группы и Σ^{-1} обратная матрица по отношению к Σ.

Махаланобис (1930) рассматривал только диагональную матрицу Σ, но в 1936 г. ввёл общий случай и заменил параметры μ и Σ их оценками. Кроме того, он ввёл то, что является графическим кластерным анализом.

Существует свидетельство того (Rudra 1996), что Пирсон (1928) имел оговорки по поводу статистики D^2 и не захотел публиковать рукопись Махаланобиса, которую тот прислал в *Биометрику*. Махаланобис был разочарован, но не сдался (Махаланобис 1929), см. Rudra (1996), и опубликовал свою рукопись в другом журнале (Маханалобис 1930). Его уверенность в своей работе была достаточно обоснована дальнейшей теорией и приложениями.

Одной из первых основных теоретических работ Индийской школы было доказательство того, что стьюдентизированная статистика D^2 обладает асимметричным F распределением (Bose

& Roy 1938). Расстояние D^2 остаётся мощным основным средством многомерного анализа, проблем классификации и кластерного анализа.

Некоторые выводы Махаланобиса из его антропологических статей выдержали испытание временем. Он был прав, когда утверждал, что бенгальские брамины более схожи с другими кастами Бенгалии, чем с браминами в других частях Индии. Однако, в некоторых других случаях последующие свидетельства указали иное. К примеру, поскольку это касалось англо-индуского сообщества, ныне считается, что Махаланобис видимо ограничил своё исследование выборкой из его верхнего слоя и что поэтому его вывод о схожести сообщества с высшей кастой индуистов верен только для верхнего слоя англо-индусов.

На фоне анализа антропологических данных неудивительно, что Махаланобис (1933) обратился к знаменитым данным Risley (1891) о 5784 лицах 87 каст и племён Северной Индии, которых он характеризовал 11 средними и 8 показателями. В 20 797 значениях Махаланобис обнаружил 142 серьёзных расхождений [с чем?], 133 из которых выправил после *перекрёстной проверки данных* и *контроля по внутренней сходимости*. Махаланобис (1928) также подчеркнул важность стандартизации антропологических измерений.

В начале 1920-х годов чиновник Индийской гражданской службы J. A. Hubback заметил, что система оценки урожайности была негодной, и провёл обширные опыты с урожаем риса по *методу случайной выборки*. Он разграничивал прямоугольные участки специально придуманной съёмной металлической рамой, а не обычной мерной лентой.

В первом эксперименте в 1923 г. в штате Бихар он собрал 400 образцов с площади 100 кв. миль; в 1925 г. он провёл опыты с восемью участками площадью 8x1000 кв. миль в том же районе и в штате Орисса. Махаланобис заинтересовался применением случайных образцов для оценки площадей и урожаев. Работа Hubback (1925) видимо повлияла на Фишера, Йетса, Кохрана и других в Англии.

По предложению Сэра Гильберта Уокера, генерального директора наблюдений (?), Махаланобис (1923) просмотрел корреляцию между переменными в upper air[5.3]. Его назначили метеорологом в Калькутте вдобавок к его обычным обязанностям профессора физики в Presidency College. И в течение поздних 1920-х годов он был вовлечён в различные направления новой дисциплины, статистики: развитие понятий многомерного анализа антропологических данных; признание выборочных обследований как метода сбора данных, что подчёркивалось другими авторами (Kiaer1895, 1897; Bowley 1906; Jessen 1926);

исследования в метеорологии; опыты по оценке урожая. Было лишь естественно, что статистическая лаборатория, которая действовала как *мастерская* в Presidency College, была признана учреждением для исследований и высшего образования.

Два молодых коллеги, Subhendu Sekhar Bose и Harish Chandra Sinha, побуждали Махаланобиса обратиться к какому-либо известному лицу с целью учреждения статистического общества. 14 декабря 1931 г. профессор Pramatha Nath Banerjea, Nikhil Ranjan Sen и Махаланобис опубликовали в *Sankhya* (т. 1, с. 124, Годичный отчёт [за 1931 г.]) следующее объявление:

В […, такого-то числа] *состоится собрание, чтобы рассмотреть меры для установления Индийского статистического института* (ИСИ) *под председательством Сэра* R. N. Mookerjee[5.4].

В протоколе собрания мы замечаем, что *было единогласно принято учредить ИСИ* и что *Сэру R. N. Mookerjee будет предложено стать его президентом*. 17 декабря 1931 г. ИСИ был действительно утверждён в качестве общества, а через два года начал выходить журнал *Sankhya*.

5.2. Второй период, 1931 – 1950. Он примечателен появлением выборочного обследования, многомерного анализа и планирования эксперимента в качестве существенных статистических методов практической работы. Эти же методы были объектами новейших исследований. Другой замечательной чертой этого периода было введение курсов статистики для студентов и аспирантов. Последним по счёту, но не по важности было появление программ по тренировке и практическому применению статистического контроля качества по Shewhart (1931).

В 1937 г., начиная с разведочных обследований на площадях в несколько квадратных миль в Бенгалии, Махаланобис оказался быть может первым, кто в 1941 г. организовал и провёл объективное крупное обследование всей Бенгалии (около 59 тысяч кв. миль). Имелось в виду оценить урожай джута и занимаемую им территорию. На ранней стадии работы удалось собрать важные сведения о [территориальных?] изменениях исследуемых характеристик и о стоимости различных операций обследования. Махаланобис признал необходимость оценки и контроля иных (не выборочных) погрешностей.

В отчёте Индийской центральной комиссии по джуту, после тщательного оценивания метода Махаланобиса, Hotteling заявил:

Насколько я смог выяснить, ни в США, ни где-либо ещё не было разработан метод случайной выборки, сравнимый по точности или экономичности с тем, который описал профессор Махаланобис.

И вот комментарий Фишера:

Индийский статистический институт оказался во главе оригинальной разработки метода выборочного исследования, самого могущественного метода выявления фактов, который доступен администрации.

Выборочное обследование производства джута в Бенгалии по Махаланобису (1946) определило его урожай в 7540 кип (1 кипа = 400 фунтов), тогда как сплошное исследование одного участка за другим, проведённое правительством, стоившее в 10 раз больше и потребовавшее в 50 раз больше персонала, оценило урожай в 6304 кип. Независимое значение, которое вывели таможни и торговля после учёта почти всего урожая, оказалось равным 7562 кип.

Mahalsnobis & Lahiri (1961) исследовали погрешности в переписях и обследованиях в Индии. Позднее Lahiri (1973) отметил три существенные новшества в методе выборочного обследования, которые ввёл Махаланобис:

Предварительный сбор информации; понятие оптимального плана обследования; и взаимопроникающая сеть выборок из выборок (IPNS).

Все эти понятия были предвестниками существенных практических статистических исследований, соответственно: *последовательного анализа* Вальда; *исследования операций*, который, как и оптимальный план обследования, исходит из требования оптимального использования всех наличных ресурсов; и методов повторных выборок подобных бутстрэпу.

Вот комментарий Deming (1964):

В течение 14 лет я применял только взаимопроникающую сеть выборок (IPNS), *которую он* [Махаланобис] *ввёл, как всем известно, примерно в 1936 г.* […] *Основная черта* IPNS – *простота вычислений погрешности оценки. Возможно также быстро оценивать математическое отклонение, если оно существовало, в формуле для оценок*. […] *Этот метод позволяет выявлять грубые ошибки в выборе*[5.5], *записи и обработке, оценивать систематические расхождения между исследователями, работниками программного обеспечения и другими работниками на различных стадиях обработки*.

Махаланобис (1938) знал о вероятности [?], пропорциональной величине выбора (Hansen & Hurwitz 1943) уже в 1937 г. Он понимал, что в сельскохозяйственных обследованиях необходимо выбирать участки с учётом накопленного размера их площади, поскольку эти последние существенно различны. Впрочем, он полагал, что излишний объём работы приведёт к неисполнимости выбора. Учитывая высокую стоимость переездов с участка на участок при их разбросанности, он рекомендовал применять

решётчатые выборки. Независимо от этого, он рассматривал возможность обследования с воздуха и применения для оценки площадей посевов высокочувствительной плёнки, что с тех пор стало известным.

Работа Махаланобиса над D^2 и стьюдентизированным D^2 привела к весьма новаторскому применению матриц и методов многомерной геометрии для вывода распределений этих статистик в модели многомерного нормального распределения. Упомянутая статья Bose & Roy (1938) представляла собой первое серьёзное открытие Индийской школы в теоретической статистике 1930-х годов. Совместная работа Махаланобис и S. S. Bose (1938) об опытах оценки урожая проложила путь фундаментальным открытиям R. C. Bose в области планирования эксперимента с использованием конечных геометрий и полей Галуа. Он также ввёл новые методы построения сбалансированных планов неполных блоков, ортогональных латинских квадратов, смешанных факториальных планов и многое другое[5.6]. В течение многих лет Индия оставалась ведущей в этой области.

Существенные труды опубликовали также K. R. Nair (Mahalanobis & Nair 1940; Nair 1992) и Rao. Последний ввёл понятие ортодоксального расположения (Rao 1947) и после того, как его применил Тагучи, оно существенно повлияло на эксперименты в промышленности. В 1941 г., по инициативе Махаланобиса Калькуттский университет ввёл первый [в Индии?] курс усовершенствования по статистике. Среди первых слушателей был Рао, который повлиял на развитие ИСИ больше, чем любой другой за исключением Махаланобиса. Вместе с последним он являлся наиболее известным статистиком на Индийском субконтиненте. Вот его воспоминания о ранних годах в ИСИ (Rao 1992):

Я с отличием выдержал экзамен на магистра свободных или изящных искусств[5.7] *и оказался одним из первых пяти, получивших это звание по статистике от какого-либо индийского университета. Профессор предложил всем нам работу в ИСИ в качестве технических учеников с окладом в 75 рупий в месяц. В декабре 1943 г. я перешёл в ИСИ*.

В настоящее время 75 рупий = 2 доллара США.

До этого, в 1940 г., Рао получил то же звание по математике в университете Андхра Далее, в 1948 г., после подготовки под руководством Фишера, Рао стал доктором философии в Кембридже, и там же, в 1965 г., доктором наук. Вернувшись из Кембриджа в 1948 г., Рао стал руководить Школой исследований и преподавания (RTS) при ИСИ. Среди первых учёных, которые пришли в ИСИ в сентябре 1950 г., был D. Basu[5.8]. Постепенно, по

мере приёма новых слушателей в указанную школу, она расширила сферу своей деятельности. С 1949 по 1963 гг. Рао был профессором ИСИ и главой отдела теоретических исследований и обучения. В 1963 г. он стал директором RTS и, после смерти Махаланобиса в 1972 г., до 1976 г., секретарём и директором ИСИ.

В середине 1940-х годов Махаланобис понял, что необходимо применить [статистический] контроль качества в промышленности Индии, а позже Рао также оказался вовлечённым в это новшество. В 1945 – 1946 гг. ИСИ организовал специальный курс по этому контролю, который прослушало 12 человек. Новое начинание одобрил, например, С. Tattersall из испытательной лаборатории артиллерийской службы, но государственные департаменты оставались апатичными.

Будучи под влиянием пионерной работы Shewhart, Махаланобис пригласил его в Индию. Тот прибыл в Калькутту 22 декабря 1947 г. и взялся организовать недельную конференцию *по стандартизации в промышленной статистике*. Конференция прошла в Калькутте в феврале 1948 г. при содействии ИСИ и Индийского института стандартов, присутствовало на ней 190 человек. В 1953 г. подобные усилия привели к учреждению бюро по статистическому контролю качества в Бомбее, затем, в 1954 г., такие же бюро открылись в Бангалоре и Калькутте.

Вначале основной целью этих бюро была посредничество, а именно, посещение промышленных объектов и консультирование. Позднее эта деятельность распространилась на многие основные промышленные города страны, а сегодня реорганизованная служба (SQC and OR)занимается и обучением и исследованиями.

В 1926 г., после опустошительных разливов реки Brahmani в штате Орисса, комитет инженеров-экспертов приписал разливы подъёму русла реки и рекомендовал соответственно поднять насыпи. О проблеме, однако, сообщили Махаланобису, и он (Mahalanobis 1931; Mahalanobis & Chakravarti 1931) изучил данные по осадкам в бассейне реки за 1868 – 1928 гг. и соотнёс их с уровнем рек (?). Вопреки предложению комитета он рекомендовал построить дамбы в верховьях реки, чтобы предотвратить затопление равнины избыточными осадками. Основываясь на его расчётах многоцелевой схемы предотвращения разливов, выработки гидроэлектрической энергии и строительства оросительных сооружений, в 1957 г. была построена плотина Hirakud, а главный министр Ориссы письменно поблагодарил Махаланобиса. Его работу можно считать одной из первых в системном анализе и исследовании операций, которые расцвели после второй мировой войны.

5.3. Пятидесятые и ранние шестидесятые годы[5.9].

Существенный вклад ИСИ в теоретические и прикладные исследования, его деятельность в подготовке статистиков и посредническая работа были признаны правительством страны. Парламентский акт 1959 г. объявил ИСИ *Институтом национального значения* и наделил его правом присуждения степеней и дипломов по статистике. Премьер-министр Джавахарлал Неру, который проводил этот акт, выступил с речью, уместной и ныне как одной из самых вдохновляющих защит науки и научной свободы и произнесённых главой правительства:

Мы теперь желаем, чтобы наука росла, и я полагаю, что крайне важно согласиться с тем, что научная работа должна обладать некоторой свободой. Поэтому мы решили, что в этом конкретном случае Институт должен оставаться самоуправляющейся организацией.

Уже в июне 1960 г. ИСИ ввёл курсы подготовки к степеням бакалавра, магистра и доктора философии по статистике, а ввиду компетентности Института в близких областях количественной экономики, математики и информатики, в сентябре 1995 г. парламентский акт был подправлен и разрешил ИСИ присуждать степени и по этим дисциплинам.

Махаланобис разделял мнение Фишера:

Преподавание, просвещение и тренировка по статистике на любом уровне непременно оказывается на одной стороне с отысканием фактов в традиционных статистических областях демографии и экономики, но также на стороне по крайней мере некоторой отрасли естествознания.

Программа для бакалавров включала ознакомление с биологией, физикой и геологией. Штатным сотрудником был Дж. Б. С. Холдейн, и соответственно биометрическое бюро расширилась. Ранее этим бюро ведал Masuyama, но в августе 1954 г. он оставил ИСИ. Ныне в отделе биологических наук работают 37 научных работников.

Лаборатория вычислительных машин и электроники (CMEL) открылась уже в 1950 г. В марте 1956 г. была установлена HEC-2M [Hollerith Electronic Computer], а в 1959 г. ИСИ получил в дар советскую вычислительную машину УРАЛ и позже были приобретены IBM 1401 и системы Honeywell. В результате совместной работы ИСИ и Джадавпурского университета в апреле 1966 г. в Калькутте была сконструирована первая индийская твёрдотельная цифровая вычислительная машина общего назначения ISIJU-1, но от её усовершенствования пришлось отказаться по совету правительства [?]. Однако, ИСИ остаётся ведущим исследовательским центром в сфере цифровой

обработки изображений, теории распознавания образов и в различных других областях теоретической и прикладной информатики.

Махаланобис представил себе необходимость подготовки статистиков из Среднего Востока, Южной и Юго-Восточной Азии, Дальнего Востока и африканских стран Содружества Наций. При содействии ЮНЕСКО и правительства Индии в 1950 г. в Калькутте под управлением Международного статистического института и ИСИ начал работать Международный центр по статистическому образованию (ISEC). С тех пор Центр обучил 1239 человек более чем из 50 стран.

После смерти Махаланобиса Рао стал секретарём и директором ИСИ (§ 5.2), затем, с 1976 г., директором стал заслуженный специалист по теории вероятностей Гопинат Каллиампур. Он был профессором ИСИ в 1950-е годы, но переехал в США и 13 лет преподавал в Миннесотском университете. Директором ИСИ он пробыл до 1979 г.

В 1976 г. ИСИ принял новый устав, который сильнее подчёркивал преподавание и исследования за счёт социальной деятельности. Должность секретаря упразднили, но его обязанности по-прежнему остались за директором. ИСИ оставался и институтом национального значения в соответствии с актом парламента, и обществом, которое подчинялось акту Регистрации обществ. В настоящее время органы управления Института находятся в Калькутте, а два других его центра – в Дели и Бангалоре. Есть и сеть службы статистического контроля качества продукции (SQC and OR) в 10 городах.

Можно полагать, что золотым периодом в жизни ИСИ были 1950-е годы (Rao 1973). Кроме Махаланобиса и Рао профессорско-преподавательский состав включал R. R. Bahadur, D. Basu, Каллиампура, D. B.. Lahiri, M. Mukherjee, R. Mukherjee и многих других знаменитостей. Bahadur был профессором ИСИ в 1956 – 1961 гг., после чего вернулся в Чикагский университет. После обретения независимости Basu оставил Дакке (ныне в Бангладеше) и стал студентом ИСИ, позднее профессором и первым деканом по преподаванию. В течение этого периода Рао, Bahadur, Basu и Каллиампур вместе с новой группой блестящих студентов [названы 4 имени] опубликовали фундаментальные работы по теории вероятностей и классической теории статистических выводов, такие же важные, как прежние работы R. C. Bose и S. N. Roy. Среди других студентов раннего периода, которые добились международного признания, были G. P. Patil, T. N. Srinivasan, R. G. Laha, J. Roy, Sujit Kuwar Mitra, D. K. Roy, Choulhury, J. M. S. Chakrabarty.

Ни одну тему, подобную линейным моделям, оцениванию, оценкам наибольшего правдоподобия, complete sufficient statistics, condiitoning and ancillarity, вероятностям на локально компактных коммутативных группах, слабой сходимости и разложениям Эджуорта, нельзя считать вполне изученной без надлежащего учёта работ ИСИ тех лет. Нижняя грань Крамера – Рао, теорема Рао – Блэквелла [– Колмогорова] и теорема Basu о независимости подчинённой статистики и complete sufficient statistics входили в любой курс теоретической статистики.

Недавно нижняя грань Крамера – Рао была изощрённо применена к ограниченной скорости сходимости бейесовскго риска и оценкам плотностей. Признаком живости духа того времени было то, что Lahiri имел заслуги в теории чисел и считался лучшим экспертом выборочного метода; M. Mukherjee был ведущим индийским экспертом по национальному доходу, а R. Mukherjee – одним из лучших количественных антропологов и социологов.

В течение 1950-х годов сам Махаланобис обратился к планированию, но нашёл время, чтобы ввести новое статистическое средство, названное графическим фрактальным анализом. Он занимался и демографией. Второй пятилетний план, который он вчерне составил с помощью отечественных и иностранных сотрудников, многие годы оставался образцом для индийских плановиков. В своей прежней, несколько неподатливой форме планирование уже не в моде, но нельзя отрицать, что путь, который пропагандировал Махаланобис, способствовал быстрой индустриализации страны после достижения независимости. Большинство экспертов согласно в том, что имело место существенное экономическое развитие.

В течение 1950-х годов ИСИ посетило много знаменитостей, среди которых был Норберт Винер. Знакомство с его теорией прогнозирования, обобщённым гармоническим анализом и хаотическим разложением изменило направление исследований Каллианпура, что привело к появлению ныне общеизвестного Kallianpur – Striebel варианта формулы Бейеса в функциональном пространстве и основанию теории оптимальной фильтрации для стохастических дифференциальных уравнений[5.10].

По предложению Винера в октябрьские праздники 1955 г. в ИСИ, в Калькутту, прибыл заслуженный молодой математик Masani из Бомбея (нынешнее название города Мумбаи) и приступил к работе над несколькими проблемами факторизации и многомерным прогнозам. Сотрудничество с Винером оказалось существенным событием в его карьере.

В апреле 1962 г. в ИСИ прибыл Колмогоров и существенно вдохновил специалистов по теории вероятностей[5.11]. В 1950-е

годы S. S. Srikhande, специалист по комбинаторике, часто посещал ИСИ. В 1947 – 1950 гг. он был студентом R. C. Bose в Чапел-Хилл, в университете Северной Каролины. Вместе с Bose и Parker он опроверг знаменитое предположение Эйлера об ортогональных латинских квадратах.

6. Индийский исследовательский институт сельскохозяйственной статистики (IASRI)

В 1929 г., по рекомендации Королевской комиссии по сельскому хозяйству, в Индийский совет сельскохозяйственных исследований (ICAR) добавили небольшой статистический отдел. В 1940 г. в него вошёл P. V. Sukhatme. В 1932 г., после обучения в школе, он окончил Fergusson College по математике и физике как дополнительной дисциплине. В 1933 – 1936 гг. он учился в лондонском Университетском колледже, стал доктором философии в 1936 г. и доктором наук в 1939 г. за работы по двудольным функциям. В 1939 – 1940 гг., до поступления в ICAR он был профессором во Всеиндийском институте гигиены и здравоохранения в Калькутте.

В конце 1943 г. специальный комитет правительства Индии исследовал причины опустошительного бенгальского голода и отметил, что одной из его основных причин была несовершенная статистика урожая. Отдел статистики под руководством Sukhatme начал исследовать методы сбора статистики урожая при помощи случайных выборок. Официальные прогнозы были также опубликованы по результатам выборочных обследований 1949 г[6.1]. ООН и её Продовольственная и сельскохозяйственная организация (FAO) признала работу отдела.

В 1949 г. для статистиков Юго-Восточных азиатских государств была организована программа обучения переписям населения и выборочному методу в сельском хозяйстве длительностью 14 недель. В 1951 г. Sukhatme стал главой статистической ветви FAO, и вскоре после этого Panse, директор Института Plant Industry, который был тесно связан с отделом статистики ICAR, заменил его. В своём институте он сотрудничал с Хатчинсоном по поводу количественных методов в агрономии. При селекции они приняли схемы случайных блоков и split-block и разработали [метод] replicated progeny (Panse & Hutchinson 1935; 1937). Panse (1940) показал как генетическую составляющую наблюдаемой изменчивости можно оценивать по регрессии средних значений у потомства на значения родителей и пояснил значение выбора участков в зависимости от их уклонений от средних для данного растения, а не от их собственных значений[6.2]. Panse также ввёл соответствующие генетические модели, которые выявляли влияние количества расщеплённых генов, силу их действия,

видоизменённую ввиду доминирования и действия окружающей среды, на успехи селекции.

По методам Panse ICAR произвёл статистический анализ данных, собранных за 10 лет при разведении козлов в Этахе, в U. P.[6.3] Было замечено, что повышение удоев молока зависело от внешних факторов больше, чем от генетического улучшения стада ввиду селекции. Скотоводы поняли необходимость и значимость статистических методов для планирования и оценивания опытов по разведению животных. Успех этого оценивания привёл к расширению отдела статистики ICAR и его превращению в созревший Исследовательский институт сельскохозяйственной статистики (IARS). В 1951 г. Panse стал статистическим советником ICAR.

В 1941 г. Индийский центральный комитет по хлопку (ICCC) попросил Panse объективно оценить относительный (на единицу площади) урожай хлопка вместо всеобще принятого субъективного метода. Он настаивал на том, что любой выборочный метод должен соответствовать существующей административной структуре и учитывать, что персонал департаментов (?) и фермеры уже были знакомы с методами оценки урожая. Махаланобис, как сказано выше, провёл несколько опытов оценки урожая и предпочитал небольшие участки, а именно, три – четыре концентрических круговых участка. ICCC, однако, принял метод Panse. Panse & Sukhatme 1948; 1951) подробно обсудили достоинства и недостатки обоих методов. Panse также провёл несколько выборочных обследований, чтобы проверить точность статистики площадей и заметил, что patwari[6.4] оценивают [площади?] вполне удовлетворительно, но работа становится более трудоёмкой.

Panse был одним из основателей Индийского общества сельскохозяйственной статистики, которое было учреждено в январе 1947 г., чтобы способствовать изучению и исследованиям статистической теории в самом широком смысле и её применению в сельском хозяйстве, скотоводстве, экономике сельского хозяйства и родственных областях. В 1997 г. вышел 50-й том журнала Общества.

Исследовательский институт сельскохозяйственной статистики IARS был переименован, см. название § 6, и под руководством Panse и Sukhatme существенно способствовал исследованиям в области планирования эксперимента, выборочных методов, статистической генетики, биостатистики, методов прогнозирования, статистической экологии и пр. В последнее время директором Института стал Prem Narain, крупный генетик и биометрик.

6.1. Серьёзный научный спор. Этот спор произошёл между ИСИ и ICAR о лучшем методе экспериментирования при оценке урожаев и сельскохозяйственных обследованиях. Он интересен с точки зрения социологии науки (Adhikari 1990).

После продолжительного экспериментирования с оценкой урожая при различных по форме и размеру пробных участках, Махаланобис рекомендовал применение круговых участков радиусом 4 фута. ИСИ применял те же круговые участки в NSS и других обследованиях.

ICAR, однако, применял прямоугольные участки размером 33x16,5 фута. Махаланобис (1946) предложил разрешить это противоречие путём совместных исследований:

Я могу упомянуть, что уже давно настаивал перед администрацией ICAR на необходимости совместного исследования оценки урожаев методами ИСИ и ICAR в одном и том же районе, чтобы таким образом изучить сравнительную эффективность наших систем.

Adhikari указывает, что эти исследования [стало быть, проведённые] не выявили существенных отличий между указанными методами, но споры продолжались. ИСИ под руководством Махаланобиса и ICAR, которым руководил Panse, весьма различно оценивали работу других организаций, занимавшимся тем же. Adhikari замечает, что Panse и Маханалобис происходили из различных частей Индии с весьма различными системами сбора налога. Одна из этих систем восходила к периоду Великих Моголов, вторая же была британской:

Император Моголов назначал чиновников, ягирдаров и инамдаров, ответственных за сбор налогов в крупных районах. На уровне деревень существовали деревенские счетоводы (*ныне называемые patwari*), *которые также были государственными служащими, и именно они на самом деле определяли доход с земли каждого земледельца и собирали налог*. […]

В конце XVIII в. правительство Англии в довольно большой части Индии, и особенно Восточной Индии, ввело новую систему постоянного заселения. Промежуточные сборщики налога, заминдары, были ответственны за уплату налога с крупных районов. Был установлен постоянный объём налога. […] *Система patwari как чиновников государства перестала существовать*[6.5].

То, что выглядело научным спором, было заложено в социальных корнях учёных. Оба они были в некотором смысле и правы, и виноваты.

Sastry (1997) ссылается на объединённые исследования Министерства сельского хозяйства, CSO и ИСИ в 1960 – 1961 гг.

и исследования 1963 – 1966 гг. урожаев четырёх культур техническим комитетом Плановой комиссии. Никаких ощутимых расхождений не было обнаружено.

7. Статистика в некоторых индийских университетах

Факультет статистики Калькуттского университета – старейший в стране и один из пионерных факультетов в мире, который ввёл статистику как отдельную оперившуюся дисциплину, а не как часть математики или экономики. Факультет был образован в 1941 г. по инициативе Махаланобиса в сотрудничестве с ИСИ, который был в то время расположен в помещениях Presidency College в Калькутте.

Программа подготовки магистров по статистике в Калькуттском университете была первой подобного рода в Азии. Вначале Махаланобис был почётной главой факультета, в котором преподавал один лектор, один помощник лектора и несколько лекторов работали частично. Факультет имел несколько ручных вычислительных машин и библиотеку с одной-единственной книжной полкой. В 1943 г. первыми магистрами по статистике стали в числе других Рао и H. K. Nandi.

С самого начала факультет занимался также исследованиями. Членами факультета, кроме Махаланобиса, были R. C. Bose и S. N. Roy, которые внесли весьма существенный вклад в применение классической многомерной геометрии и конечной геометрии к многомерному анализу и составлению designs. В 1945 г. после Махаланобиса главой факультета стал R. C. Bose. В 1949 г. он переехал в США и главой стал S. N. Roy, но уже в 1950 г. он тоже переехал в США. Главой стал P. K. Bose. Двумя другими активными членами факультета были в то время H. K. Nandi и M. N. Ghosh, которые серьёзно продвинули планирование эксперимента, статистические выводы, теорию принятия решений и асимптотику.

В 1944 г., через три года после введения аспирантуры по статистике в Калькуттском университете, в Presidency College было открыто отделение статистики. Оно предлагало повышенный курс по статистике и вначале пользовалось услугами преподавателей из ИСИ. Сам Махаланобис время от времени читал лекции по общим проблемам этой новой дисциплины и воодушевлял их (motivated them).

Почётным главой отделения был K. B. Madhava из ИСИ. Примерно в 1946 г. в отделение пришли A. Bhattacharyya и B. N. Ghosh. Они работали по выработанным ими программой и расписанием [лекций]. И то, и другое послужило образцом для некоторых других подобных отделений в стране. Bhattacharyya хорошо известен своими трудами по теории оценивания, мерам расхождения и characterization theory. Характеризация

двумерного нормального распределения привела к интересным последствиям в многомерном анализе (Arnold 1994).

В 1948 г. в Бомбейском университете открылось отделение аспирантуры по статистике во главе с M. C. Chakravarti.Это отделение стало одним из выдающихся центров образования и исследований в стране. Chakravarti основал Индийскую статистическую ассоциацию и стал редактором её журнала. Труды Chakravarti по планированию эксперимента хорошо известны, а несколько его студентов заняли важные должности в индийских и зарубежных университетах и в промышленности.

В 1953 г. в университете Пуны начал работать факультет статистики с 11 студентами под руководством V. S. Huzurbazar, первого индийского последователя Бейеса. Он получил степень доктора философии в Кембридже после работы под руководством известного астрофизика и последователя Бейеса Джеффриса. Факультет в Пуне постепенно расширялся, и его сотрудники опубликовали заметные труды по теории вероятностей, стохастическим процессам, статистическим выводам и др. В настоящее время этот факультет является одним из самых активных в стране.

Ведущую роль в стране сыграли и университеты в Мадрасе, Майсуре, Керале, Патне, Гувахате, Лакхнау. Все они возникли между ранними 1940-ми и ранними 1950-ми годами примерно в перечисленном выше порядке. Совместно с индийскими университетами (?) они подготовили некоторых наиболее известных статистиков в мире.

8. Продолжение: период после 1960 г.

Предшествовавшее изложение было в основном сосредоточено на периоде до 1960 г., здесь же мы кратко опишем продолжение.

Одной из причин быстрого развития статистики в Индии было тесное сотрудничество ИСИ и различных технических подразделений правительства. Но Неру умер в 1964 г., Махаланобис – в 1972 г., и прежний период подобного сотрудничества, который начался в 1947 г., закончился[8.1].

Были и другие причины для сокращения сотрудничества. Вскоре после 1960 г. правительственная плановая комиссия расширяла свои внутренние исследования (?), а плановое бюро ИСИ в Дели, которое помещалось в одном здании с этой комиссией, переехала на новое место вдалеке от неё. Наконец, различия в представлении об оптимальном развитии [страны] привели к разрыву [кого с кем?].

Что-то схожее ослабило отношения [ИСИ] с NSS. В последние годы жизни Махаланобиса управление отделом планирования NSS, которое осуществляло ИСИ, начало критиковаться. Отчёты об обследованиях сильно запаздывали. За год до смерти

Махаланобиса этот отдел был передан из ИСИ в ведение NSS. В некотором смысле это было естественным административным решением, которое привело к объединению полевых работ и теории в NSS, но никакого улучшения в публикации отчётов не произошло. ИСИ было представлено в управляющем совете NSS, но отношения с этой организацией не улучшились.

В мире, и особенно в США пути теоретической и прикладной статистики разошлись. Это повлияло на индийских статистиков, многие из которых получили образование в США или посещали эту страну и общались со своими американскими коллегами. Но крупные успехи на теоретической стороне уравновешивали изоляцию. Действительно, фундаментальная теоретическая работа индийских статистиков у себя дома и за рубежом расширялась и углублялась экспоненциально. Некоторые заметные труды того поколения, которое пришло после Рао, включали разработку новых критериев многомерных непараметрических статистических выводов (Chatterjee, M. L. Puri, P. K. Sen), критические оценки классических выборочных обследований с различных точек зрения (V. P. Godambe, D. Basu, J. N. K. Rao) и введение нового класса search designs, поисковых планов (J. N. Srivastava). Более того, R. N. Bhattacharya, J. Sethuraman, M. Ghosh, J. K. Ghosh и. многие другие успешно занимались различными сторонами асимптотики и статистических выводов начиная со строго выведенных разложений Эджуорта и асимптотик высших классов до последовательного анализа, надёжности и тестирования продолжительности пригодности товаров. До Индии дошло изменение основных понятий, связанных с бейесовским анализом[8.2].

Менее активными были приложения, и именно в этой области наиболее заметными были результаты отрыва научного сообщества от правительства, т. е. от главного пользователя статистики в Индии. Были, однако, выдающиеся исключения и скромное, но непрерывное развитие некоторых областей. Среди исключений мы назовём новые гипотезы Sukhatme (1965) о питании, которые предполагают, что отдельное лицо может приспособиться к приёму различных количеств калорий, и что обычно обусловленные нормы возможно завышены. Двумерный анализ данных о протеине и калориях в азиатских странах и особенно в Индии выявил, что если питание достаточно по энергии, потребление протеина обычно достаточно, а его недостаток является косвенным результатом недостаточной энергии в питании[8.3]. Научное мировоззрение и филантропия привели Sukhatme к устройству *Кухни индийского сообщества* в Пуне.

Основываясь на обследовании, которое провело NSS, Minhas [где?] исследовал данные, которые, видимо, эмпирически подтверждают эту гипотезу, однако вывод из позднейших исследований оказался неясным.

Другие существенные работы оценивали распространение бедности и её убывания после достижения независимости (Nikhilesh Bhattacharya, S. D. Tendulkar и др., см., например, Pal, Chakravarti & Bhattacharya 1986; Tendulkar 1989; Minhas и др. 1991). Монография Bhattacharya и др. (1991) исследует временнЫе тенденции бедности и неравенства в сельских районах Индии по данным NSS с 1952/1953 по 1983 гг. Они подобрали эконометрическую модель, чтобы объяснить наблюдённые колебания бедности[8.4].

Были также обширные исследования официальной статистики и [соответствующих] данных, собранных NSS. Новаторское исследование Minhas (1988) показывает, как оценки, выведенные по этим двум источникам, могут быть приведены в соответствие. Из других существенных трудов назовём полнейшее исследование одной из крупнейших плотин Индии (Minhas и др., 1972).

Мы теперь перейдём к областям, в которых имело место скромное, но непрерывное развитие. Среди них назовём большое число улучшений в подготовке отчётов CSO и приложение методов Тагучи в промышленности, в основном достигнутое в SGC and OR ИСИ.

Ещё важнее было совершенствование медицинской статистики. Теперь у нас в Индии есть Исследовательский институт медицинской статистики и несколько активных факультетов биостатистики. Новая методология, правда, не возникла[8.5], но мы приобрели опыт и познание, необходимые для проведения клинических испытаний новых методов лечения в развивающейся стране. Продолжающиеся споры о неудаче программы прививок от полиомиелита (Wyatt 1996) подчёркивают опасность программ Всемирной организации здравоохранения (WHO), которые не учитывают ни местных условий, ни местных знаний.

У нас есть мощная программа изучения населения, которую проводит Международный институт наук о населении (IIPS) в Мумбаи и различные центры исследования населения в некоторых учреждениях и университетах. В 1992 – 1993 гг. Министерство здравоохранения и семейного благополучия провело обширное исследование (NFHS) 88 562 выборочных хозяйств в 24 штатах и национальном столичном округе Дели. Оно получило достопамятный демографический кадр крупнейшей демократической страны в мире[8.6], которая решает

проблемы женитьб, планирования семьи, старости, растущей необходимости в медицинской заботе, младенческой и детской смертности и др. (IIPS, 1995).

Начиная с поздних 1970-х годов в Индии прошло немало дискуссий о возобновлении плодотворного взаимодействия теоретиков и практиков и о возможной основе для диалогов между ними. Такая основа не была выработана, и никаких соглашений не последовало, но в 1980-е годы многие отдельные лица начали выполнять подобные совместные исследования. Этому способствовало международное изменение в восприятии первоочерёдности[8.7].

Существенно новым было открытие двух новых центров в ИСИ, – бюро планирования линии поведения и исследований (PPRU) в Дели и центра обзорных исследований (Survey Research) и исследования данных (SURDAC) в Калькутте, которое должно было оживить тесное взаимодействие науки и правительства. Ожидается, что SURDAC станет скромным вариантом центра обзорных исследований Мичиганского университета. Подобные консультационные бюро для обслуживания промышленности, специалистов здравоохранения, эпидемиологов, экологов, специалистов по окружающей среде[8.8], информатике стали весьма популярны в ИСИ и в других научных учреждениях.

В 1990-е годы информатика повлияла на науку, правительство, деловую активность и промышленность. Существенной новинкой было применение (ладонных) Palm Top компьютеров в штате Харьяна для сбора данных социально-экономического обследования помимо обычного сбора данных исследователями FOD из NSSO. Ожидается, что эти компьютеры будут применены и в других штатах. Необходимое видоизменение программного обеспечения разрабатывает Национальный центр информации. Руководства районов включаются в сеть электронной связи.

DGCI&S в Калькутте планирует электронным путём пересылать сведения правительству в Дели. Отчёты NSS теперь доступны пользователям дискет. Применение компьютеров при обучении статистике в различных университетах и учебных институтах усиливается, но мультимедийный подход всё ещё находится в младенческом состоянии.

В сентябре 1982 г. был учреждён основной национальный комитет по статистике, а именно Национальное консультативное бюро по статистике (NABS) для оказания технической помощи по проблемам выбора линии развития статистики. Его структура перекраивалась шесть раз, последний раз в 1998 г., при 32 работниках. До сих пор его влияние статистическую систему

страны не чувствуется в должной мере, однако он начинает активно поощрять инициативы.

И учёные, и средства массовой информации усиленно и критически следят за индийской официальной статистической системой. Мы считали бы это также положительным признаком уместности статистики и необходимости изменяться со временем. Одна из новых, важных и неотложных задач состоит в предоставлении краткосрочных оценок национального дохода и промышленного и сельскохозяйственного роста, но подобные оценки CSO были не так надёжны, как их годичные оценки.

В любом случае теперь существует нужная основа для взаимодействия между наукой, промышленностью и правительством, равно как и междисциплинарные исследования статистики и других наук, но только будущее покажет, как мы использовали эти новые возможности.

9. Заключение

Мы имеем длинную историческую традицию сбора и применения различного вида статистик. Система [статистики] была укреплена в течение британского периода, но развитие статистики между, скажем, 1930 и 1960 гг., очень заметно. Мы не знаем ни одной другой развивающейся страны, в которой произошло подобное. И ни одна другая дисциплина в Индии за то же время не развилась так же значительно. Полагаем, что для этого успеха существовало несколько важных причин, но здесь мы можем только гадать.

В статистике, в отличие от других дисциплин, Индия не запоздала с началом её развития, даже в США развитие статистики в большой степени произошло позже. Индию опередила только Англия[9.1], и это помогло становлению Индийской школы статистики со своей собственной смесью теории и приложений. Эта смесь и взаимодействие учреждений, науки и правительства оказались источником жизненных проблем, возбуждения и финансирования. Вряд ли в какой-либо иной дисциплине в Индии существовали бОльшие возможности для исследований или для возбуждения возникающей дисциплиной с существенными приложениями, подкреплённой новой теорией. Это обстоятельство привлекло наши лучшие умы из математиков, физиков, экономистов, социологов и антропологов.

Единая важнейшая причина, вероятно, состояла в том, что нужный человек появился в нужное время как исключительное, но повторяющееся совпадение [событие] в истории: интерес Махаланобиса к физике сменился интересом к статистике. Он смог увидеть будущее для статистики как одной из ключевых научных областей практического уклона и принялся изучать и её,

и её приложения со всем пылом изобретателя и предпринимателя.

Признательность. Мысль о составлении этого исторического обзора возникла у редактора Vijay Nair. Многие помогли нам с литературой. Мы искренне благодарны прежнему директору IASRI доктору Goel, главному библиотекарю ИСИС. Bhattacharya и проф. N. Bhattacharya (ИСИ). Мы благодарны проф. S. K. Chatterjee из Калькуттского университета за обсуждение индийских университетов. Наконец, мы благодарны проф. Nair и рецензенту за их комментарии.

Сокращения, введённые авторами

CMEL = Computing Machines and Electronic Laboratory
CSO = Central Statistical Organization
DGCI&S = Directorate General of Commercial Intelligence and Statistics
EIC = East India Company
FAO = Food and Agriculture Organization
FOD = ?
IARS = Institute of Agricultural Research Statistics
IASRI = Indian Agricultural Statistics Research Institution
ICAR = Indian Council of Agricultural Research
ICCC = Indian Central Cotton Commission
IIPS = International Institute for Population Studies
IPNS = Interpenetrating Networks of Subsamples
ISEC = International Statistical Education Centre
ISI = Indian Statistical Institute. В нашем сокращении **ИСИ**
NABS = National Advisory Board on Statistics
NFHS = National Family Health Survey
NIC = National Income Committee
NSS = National Sample Survey
NSSO = NSS Organisation
PPD = Perspective Planning Division
PPRU = Policy Planning and Research Unit
RTS = Research and Training School
SQC = Statistical Quality Control
SQC and OR = … Operational Research
SSB = State Statistical Bureaus
SURDAC = Survey Research and Data Analysis Centre
WHO = World Health Organization

Список индийских учёных последнего времени
кроме авторов публикаций, перечисленных в Библиографии

Bahadur R. R.

Banerjea Pramatha Nath
Basu D.
Bhattacharya R. N.
Bhattacharya Nikhilesh
Bhattacharyya Anil Kr.
Bose R. C., Бозе Рад Чандра
Bose Subhendu Sekhar
Chakravarti M. C.
Chakraborty I. M.
Chatterjee S. K.
Chaudhuri S. B.
Choudhury D. K. Roy
Godambe V. P.
Gopalaswami R. A.
Gosh B. N.
Gosh J. K.
Gosh M. N.
Huzurbazar V. S.
Kallianpur Gopinath, Каллианпур Гопинат
Laha R. G.
Lahiri D. B.
Madhava K. B.
Mahalanobis P. C, Махаланобис Прасанта Чандра.
Masani
Masuyama
Mathew P. C.
Minhas B. S.
Mitra Ashok
Mitra Sujit Kumar
Mookerjee R. N.
Mukherjee M.
Mukherjee R.
Murthy M. N.
Nair K. R.
Nandi H. K.
Narain Prem
Panse Vinayak Govind
Pant Pitambar
Parthasarathy K. R.
Patil G. P.
Puri M. L.
Ramamurti B.
Rao C. R., Рао Кальямпуди Радхакришна
Rao J. N. K.
Rao R. Ranga

Rao S. Raja
Roy J.
Roy S. N.
Sen Nikhil Ranjan
Sen P. K.
Sengupta J. M.
Sethuraman J.
Shirras G. F.
Sinha Harish Chandra
Srinivasan T. N.
Srivastava J. N.
Subramanian S.
Sukhatme Pandurang Vasadeo
Tendulkar S. D.
Varadarajan V. S.
Varadhan S. R. S.

Примечания

1.1. Индийский субконтинент упоминается неоднократно, иногда, видимо, чтобы иметь в виду не только Индию, но и Пакистан и Белуджистан.

1.2. См. Майстров (1967, гл. 1). Многое из перечисленного и выше, и ниже больше не относится ни к статистике, ни к государствоведению. Эту последнюю дисциплину, дожившую по крайней мере в Германии в иной форме до наших дней, следует иметь в виду при обсуждении событий древности.

3.1. Неясно, чьё руководство упомянуто. Источник, как и в некоторых иных случаях, не указан, не указываются и страницы книжных источников. Научная значимость статьи поэтому сильно снижена

3.2. Генерал-губернатор принимал решения по согласованию с Тайным советом Великобритании.

3.3. Трудно поверить, что Мартин моментально написал отчёт объёмом 2400 страниц.

3.4. Задачи были только что сформулированы.

3.5. Прилагательные были в оригинале разделены запятой.

3.6. Эта должность ранее не упоминалась.

3.7. Лорд Керзон: публицист, путешественник, государственный деятель. В 1899 – 1906 гг. Вице-король Индии.

3.8. Странное название должности. Ср. Прим. 3.6.

3.9. Член университета (в некоторых университетах): поощрительное звание, присуждаемое за образцовое преподавание.

4.1. Многочисленные организации появлялись и исчезали, но пояснения авторов явно недостаточны. Чехарда, да и только.

4.2. Эта ссылка непонятна и никак не отражена в Библиографии.

5.1. См. также Rao (1993).

5.2. Здесь и во многих местах ниже следует читать *антропометрические* измерения.

5.3. Такого термина нет.

5.4. После *Сэра* следовало указывать не инициал, а полное имя.

5.5. Очевидно, в назначении частей общего поля для выборочного обследования. Такая часть состояла из нескольких участков.

5.6. Перечисление статей S. S. Bose см. в Kendall & Doig (1968).

5.7. Это старинное название давно уже не соответствует действительности.

5.8. Он неоднократно упоминается ниже.

5.9. В этом разделе описываются и дальнейшие события.

5.10. См. Каллианпур (1987).

5.11. В своей статье, которую он опубликовал в Индии, и которое гораздо шире своего названия, Колмогоров (1963), должно быть, отразил свои беседы с индийскими специалистами. Колмогоров, в частности, сообщил о своём отношении к частотному понятию вероятности по Мизесу.

6.1. Об их результатах авторы не сообщают.

6.2. Это плохо понятно.

6.3. Этим сокращением обозначают Уттар-Прадеш. Многие ли читатели поняли это?

6.4. См. § 3.1.

6.5. См., однако, конец § 6.

8.1. Можно понять, что тесное сотрудничество закончилось вскоре после 1960 г., но зачем тогда было упоминать, что Махаланобис умер в 1972 г.?

8.2. Отношение к *бейесовскому подходу* действительно изменилось, но как это отразилось в Индии?

8.3. Если энергия действительно характеризует питание, то следует сообщить какие-то количественные характеристики.

8.4. Эконометрию авторы, к сожалению, нигде больше не упомянули.

8.5. Википедия называет методологию искусством управления, исчезнувшим 30 лет назад. Мы не берёмся комментировать это утверждение, но во всяком случае авторы упоминают её в более узком смысле.

8.6. Те годы в России стали называть *лихими*: демократия (в известном смысле даже избыточная) при развале экономики привела к разгулу преступности. Впрочем, как это обычно и происходит на Западе, авторы видимо просто забыли про Россию.

8.7. Это непонятно.

8.8. Разве экологи не являются специалистами по окружающей среде?

9.1. Это, пожалуй, слишком сильное утверждение. Авторы вряд ли были знакомы с историей статистики в других европейских странах, см., хотя бы, Гнеденко и Шейнин (1978, с. 209 – 212).

Библиография авторов

Adhikari B. P. (1990), Social construction of the statistical estimation of crop yield. *XII World Congress of Sociology. Intern. Sociological Assoc*. Madrid. Опубликовано ли?

Arnold B. C. (1994), Bhattacharyya's normal conditional distribution. *Festschrift. Essays on Prob. and Stat. in Honour of Prof. Anil Kr. Bhattacharyya*, pp. 1 – 13. Calcutta.

Bhattacharya N., Coondoo D., Maiti Pradip, Mukherjee R. (1991), *Poverty, Inequality and Prices in Rural India*. Sage Publ.

Bose R. C., Roy S. N. (1938), The distribution of Studentized D^2 statistic. *Sankhya*, vol. 4, pp. 19 – 38.

Bowley A. L. (1906), Address to the economic and statistics section of Brit. Assoc. Advancement of Science. New York, 1906. *J. Roy. Stat. Soc*., vol. 69, pp. 540 – 558.

Buchanan F. (1807), *Survey of Eastern India*. London.

Carey W. H. (1822), *The Good Old Days of the Hon. John Co*. Calcutta, 1964. Новое издание, редактор A. N. (R. N.?) Mookerjee.

Chaudhuri S. B. (1964), *History of the Gazetters of India*. New Delhi.

Datta K. L., Shirras G. F., Gupta B. K. (1913), *Survey on Price Statistics, 1910*. Report Submitted to Govt.

Davis K. (1951), *Population of India and Pakistan.* Princeton NJ.

Deming W. E. (1964), On some contributions of interpenetrating network of samples, pp. 57 – 66. *Contr. to Stat.* Редактор C. R. Rao. Calcutta.

--- (1973), P. C. Mahalanobis – a profile. *Commemoration Brochure on the Occasion of the 80th Birth Anniversary of Mahalanobis*. ISI, Calcutta.

Godambe V. P. (1976), Historical perspective of recent developments in theory of sampling from actual populations. *J. Ind. Soc. Agric. Stat.*, vol. 28, pp. 1 – 12.

Haldane J. B. S. (1957), The syadvada system of predication. *Sankhya*, vol. 18, pp. 195 – 200.

Hansen M. H., Hurwitz W. N. (1943), On the theory of sampling from finite populations. *Ann. Math. Stat.*, vol. 14, pp. 333 – 362.

Hubback J. A. (1927), Sampling for rice yields in Bihar and Orissa. *Bull. Imp. Agric. Res. Inst.*, vol. 166. Перепечатка: *Sankhya*, vol. 7, 1946, pp. 282 – 294.

Huchinson J. B., Panse V. G. (1935), Studies in the technique of field experiments. *Ind. J. Agric. Sci.*, vol. 5, pp. 523 – 538, 545 – 553, 554 – 558, 671 – 692.

--- (1937), Studies in plant breeding technique. Ibidem, vol. 7, pp. 531 – 564.

Hunter W. W. (1875); *Statistical Account of Bengal*. London. Перепечатка: Delhi, 1973.

Jarrett H. S. (1894), *Ain-i-Akbari*. Перевод. *Asiatic Soc. Bengal*, vol. 2, p. vii. Видимо, сообщение о переводе.

Jessen A. (1926), Report on representative method in statistics. *Bull Intern. Stat. Inst.*, t. 22, pp. 359 – 437.

Kiaer A. (1895), Observations et expériences concernant des dénombrements représentatifs. *Bull Intern. Stat. Inst.*, t. 9, pp. 176 – 183.

--- (1897, норв.), *Representative Method of Statistical Surveys.* Перевод: Oslo, 1976.

Lahiri D. B. (1973), Prasanta Chandra Mahalanobis and large scale sample surveys. *Sankhya*, vol. 35, suppl., pp. 27 – 44.

Mahalanobis P. C. (1922), Anthropological observations on the Anglo-Indians of Calcutta, pt. 1. *Rec. Ind. Museum*, vol. 23, pp. 1 – 96.

--- (1925), Analysis of race mixture in Bengal. Presidential address. Anthropological section. Indian Science Congr. *J. and Proc. Asiat. Soc. Bengal*, vol. 23, pp. 301 – 333.

--- (1928), On the need for standardization in measurements on the living. *Biometrika*, vol. 20A, pp. 1 – 31.

--- (1929), Personal communication to R. A. Fisher, 21 Nov.

--- (1930), On tests and measures of group divergence, pt. 1. *J. and Proc. Asiat. Soc. Bengal*, vol. 26, pp. 541 – 588.

--- (1931a), Anthropological observations on the Anglo-Indians of Calcutta, pt. 2. *Rec. Ind. Museum*, vol. 23, pp. 97 – 149.

--- (1931b), *Statistical Study of the Level of the Rivers of Orissa and the Rainfall in the Catchment Areas during 1868 – 1928*. Submitted to Govt. of Bihar and Orissa.

--- (1933), Revision of Risley's anthropometric data relating to tribes and castes of Bengal. *Sankhya*, vol. 1, pp. 76 – 105.

--- (1936), On the generalized distance in statistics. *Proc. Nat. Inst. Sci. India*, vol. 2, pp. 49 – 55.

--- (1938), Statistical report on experimental crop census of 1937. *Indian Central Jute Committee*, pp. 13 – 83.

--- (1944), On large-scale sample surveys. *Phil. Trans. Roy. Soc. London*, vol. B231, pp. 329 – 451.

--- (1950), Why statistics? Presidential address. *Indian Sci. Congr.*, 37th session. Poona. Перепечатка: *Sankhya*, vol. 10, pp. 195 – 228.

--- (1954), Foundations of statistics. *Dialectica*, vol. 8, pp. 95 – 111. Перепечатка: *Sankhya*, vol. 18, pp. 183 – 194. Год?

--- (1955), The approach of operational research to planning in India. *Sankhya*, vol. 16, pp. 3 – 130.

Mahalanobis P. C., Chakravarti N. (1931), Statistical report on river floods in Orissa during 1868 – 1928. Submitted to Govt. of Bihar and Orissa.

Mahalanobis P. C., Lahiri D. B. (1961), Analysis of errors in censuses and surveys with spec. ref. to experience in India. *Bull. Intern. Stat. Inst.*, vol. 38, No. 2, pp. 401 – 433. Перепечатка: *Sankhya*, vol. A23, pp. 325 – 358.

Mahalanobis P. C., Nair K. R. (1922), Simplified method of analysis of quasi factorial experiments in square lattice with note on joint analysis of yield of paddy and straw. *Ind. J. Agric. Stat.*, vol. 10, pp. 663 – 685.

--- (1940), В Библиографии отсутствует

Martin M. (1838), *History, Antiquities, Topography and Statistics of Eastern India*. London. Перепечатка: Delhi, 1976.

Minhas B. S. (1988), Validation of large-scale sample survey data. NSS estimates of household consumption expenditure. *Sankhya*, vol. B50, pt. 3, p. 1 – 63.

Minhas B. S., Jain L. R., Tendulkar S. D. (1991), Declining evidence of poverty in the 1980's. *Econ. and Polit. Weekly*, July 6 – 13.

Minhas B. S., Parikh K. S., Srinivasan T. N. вместе с **Marglin S. A., Weisskopf T. E.** (1972), Scheduling the operations of the Bhakra system. *Sankhya*, vol. B34, pp. 105 – 204.

Minhas B. S., Rudra A., Srinivasan T. N. (1974), Pitambar Pant. *Sankhya*, vol. C36, pp. 1 – 8.

Nair K. R. (1992), In statistics by design (?). В источнике *Glimpses of India's Statistical Heritage*. Редакторы J. K. Gosh и др., pp. 103 – 150. Wiley Eastern.

National (1995), *National Family Health Survey: India, 1992 – 1993*. Intern. Inst. for Population Sciences.

Pal P., Chakravarty S. R., Bhattacharya N. (1986), Poverty in rural India. A decomposition analysis. *Ind. Econ. Rev.*, vol. 21, No. 2, pp. 149 – 173.

Panse V. G. (1940a), Statistical study of quantitative inheritance. *Ann. Eug.*, vol. 10, pp. 76 – 105.

--- (1940b), Inheritance of quantitative characters and plant breeding. *J. Genetics*, vol. 40, pp. 283 – 302.

Panse V. G., Sukhatme P. V. (1948), Crop surveys in India, pt. 1. *J. Ind. Soc. Agric. Stat.*, vol. 1, pp. 34 – 58.

--- (1951), Crop surveys in India, pt. 2. Ibidem, vol. 3, pp. 98 – 168.

Pearson K. (1928), Personal communication to Mahalanobis. 22 May.

Rao C. R. (1947), Factorial experiments derivable from combinatorial arrangements of arrays. *J. Roy. Stat. Soc.*, vol. B9, pp. 128 – 140.

--- (1973), Mahalanobis era in statistics. *Sankhya*, vol. 35, Suppl., pp. 12 – 26.

--- (1992), Statistics as a last resort. In: *Glimpses of India's Statistical Heritage*. Редакторы J. K. Gosh и др., pp. 151 – 213. Wiley Eastern.

Risley H. H. (1891), *Tribes and Castes of Bengal*. Calcutta.

Rudra A. (1996), *P. C. Mahalanobis. A Biography*. New Delhi.

Sastry N. S. (1977), Estimation of agricultural production by sample survey for estimating crop acreages and crop yields. *Bull. Intern. Stat. Inst.*, t. 47, No. 3, pp. 425 – 439.

Shakespeare A. (1848), *Census of N. W. Provinces*. Govt. of N. W. Provinces.

Shamasastry R. (1929), Kautilya's *Arthasastra*, третье издание. Перевод. Mysore.

Shirras G. F. (1919), *Indian Finance and Banking.* London.

Statistical (1979), *Statistical System in India*. Central Stat. Org. New Delhi.

Sukhatme P. V. (1965), *Feeding India's Growing Millions*. Bombay.

Tendulkar S. D. (1989), Economic inequalities and poverty in India. В источнике *Development Process of the Indian Economy*. Редакторы P. R. Brahmananda и др. Bombay.

Wyatt C. S. (1996), Poliomyelitis in Indian children who have received oral polio vaccine. *Current Science*, vol. 70, No. 6, pp. 437 – 440.

Библиография переводчика

Гнеденко Б. В., Шейнин О. Б. (1978), Теория вероятностей. Глава в книге *Математика XIX века*, т. 1. Редакторы А. Н. Колмогоров, А. П. Юшкевич. М., с. 184 – 240.

Каллианпур Г. (1987), *Стохастическая теория фильтрации*.

Колмогоров А. Н., Kolmogorov A. N. (1963), On tables of random numbers. *Sankhya*, vol. A25, No. 4, pp. 369 – 376.

Майстров Л. Е. (1967), *Теория вероятностей. Исторический очерк.* М.

Kendall M. G., Doig A. G. (1968), *Bibliography of Statistical Literature*, vol. 3. Edinburgh – London.

Rao C. R. (1993), Statistics must have a purpose. The Mahalanobis dictum. *Sankhya*, vol. A55, pt. 3, pp. 331 – 349. **S, G,** 82.

Shewhart W. A. (1931), *Economic Control of Quality of Manufactured Product*. New York.

VIII

А. И. Дейл

История обращённой вероятности

A. I. Dale (1991), *History of Inverse Probability*. Springer, 1999.

VIII/1. Уильям Эмерсон (Дейл 1, с. 108 – 109)

William Emerson, *Miscellanies, or Misc. Treatise Containing Several Math. Subjects.* London, 1776

[…][1] Единственный раздел, который возможно интересен, называется *Законы случая* (с. 1 – 48). В нём Эмерсон приводит следующие определения и аксиомы.

Определение 1**.** *Случай это событие или нечто, происходящее без плана, намерения или руководства. Оно управляется или вызвано лишь законами природы*[2].

Определение 2. *Вероятность или маловероятность происходящего события есть наше суждение о нём, которое получено сравнением количества случаев его появления и не-появления.*

Определение 3. *Ожидание в игре есть стоимость шанса игрока, т. е. ожидания вещи, поставленной на кон, рассматриваемое совместно с вероятностью выиграть её. Поэтому оно равно произведению стоимости этой вещи на вероятность её выигрыша.*

Определение 4. *Риск это стоимость ставки, рассматриваемой совместно с вероятностью её потери, т. е. произведение этих величин*[3].

Определение 5. *События независимы, если они никак не связаны друг с другом, т. е. если осуществление одного не способствует появлению какого-либо остального и не препятствует этому.*

Определение 6. *Событие зависимо, если вероятность его появления изменяется при появлении какого-либо иного события.*

Аксиома 1. *При установлении числа случаев предполагается, что они все равны и происходят с одной и той же лёгкостью*[4].

Аксиома 2. *Полное ожидание некоторого выигрыша является суммой ожиданий всех его частей*[5].

Аксиома 3. *Стоимость любого случая или ожидания равна той сумме, за которую можно приобрести подобный случай или ожидание в честной игре*[6].

Примечания

1. Cajori (1919, с. 192) указал, что Эмерсон был математик-самоучка, *написавший много математических сочинений. Они свидетельствуют о* [его] *хорошем понимании существовавшего познания, но не о существенной оригинальности.*

В свою очередь Taylor (1966, с. 34 – 35) заявил, что […] Эмерсон

Чудак с небольшим личным состоянием. Он посвятил себя составлению простых учебников по всем отраслям чистой и прикладной математики, предназначенных в основном для самоучек. […] *Он выпустил несколько*

десятков подобных книжек и по свидетельству современников ими широко пользовались. Их автор был весьма уважаем, но всё-таки чувствовал себя забытым.

2. Это определение должно было описывать событие, происходившее помимо божественного предначертания, но разве законы природы не считались божественными?

3. Это было возможно первым (и неплохим) определением риска.

4. Это не аксиома, а ограничительное условие, которое теория вероятностей сумела обойти. Уже Муавр (1712/1984, с. 237) заметил, что, вообще, *случаи имеют* [собственные] *степени вероятностей*.

5. *Целое и частичное* относится к категориям философии. Утверждение Эмерсона вполне приемлемо, но оно не необходимо.

6. Следует сравнить аксиомы и определения у Эмерсона и Бейеса и Муавра. Dinges (1983, с. 88) находит в работе Эмерсона случайное и методологическое в понятии вероятности. […] А. Д.

Общее замечание. Неясно, почему Дейл счёл возможным обсуждать соображения Эмерсона, которые не были связаны с обращённой вероятностью. О. Ш.

VIII/2. Жорж Луи Леклерк Бюффон (Дейл 2, с. 109 – 110)

George Louis Leclerc Buffon, *Essai d'arithmétique morale*, 1777.

Перепечатка: *Oeuvr. Philosophiques*. Paris, 1954, pp. 456 – 488. Редакторы J. Piveteau et al. Неполный русский перевод: **S, G,** 16

Из-под пера (быть может гусиного) выдающегося натуралиста[1] вышел и этот *Очерк*, который составляет часть *Дополнений*, т. 4, 1778, к его *Естественной истории*. Мы не можем определённо сказать, когда именно он был написан, хотя Gouraud (1848, с. 54) и утверждает, что составление *Очерка восходит примерно* к 1760 *г*[2].

Наибольшая часть *Очерка* почти или совсем не относится к нашей теме, однако, после выделения трёх видов истин (геометрических, познаваемых рассуждением; физических, известных по опыту; и принимаемых ввиду свидетельств), Бюффон разъясняет второй вид истин. Он исследует проблему[3] восхода Солнца. Как и Прайс (см. Дейл 4), Бюффон подчёркивает, что человек, который увидел восход и заход только один раз, будет считать второй восход (1778, с. 76)

Первым опытом. Тем опытом, который возбудит в нём ожидание возврата Солнца, и он начнёт верить в это, хоть и с большим сомнением.

После повторных возвращений Солнца это сомнение будет ослабевать до тех пор, пока он определённо не поверит, что оно будет всегда возвращаться, исчезать и перемещаться одним и тем же образом (с. 77).

Бюффон заключает, что вероятности восходов Солнца возрастают как члены ряда 1, 2, 4, …, 2^{n-1}. Смысл этого утверждения становится ясным лишь на с. 85 – 86[4]:

2^{13} = 8192, […] *и поэтому после возврата Солнца* 13 *раз у нас окажется* 8192 *шанса против одного за то, что оно появится в* 14-*й раз*.

Он предполагает, что возраст Земли равен 6000 лет[5], а високосные годы не принимает в расчёт [не принимает в расчёт лишний день]. Солнце, следовательно, всходило 2 190 000 раз и вероятность его следующего восхода равна $2^{2\,189\,999}$ (т. е., как мы видели, соотношение шансов в пользу этого восхода равно $2^{2\,189\,999}$:1).

Это никак не согласуется с Лапласом, который привёл формулу (n + 1):(n + 2), хотя Шейнин (1969) и Zabell (1988a) заметили, что оценка Бюффона более соответствует выводу Прайса, если только забыть о различии между числами восходов и возвращений.

Примечания

1. Отметив талантливое любительство Бюффона, Coolidge (1949/1990, с. 171) заявил, что

Наверняка не было никого, кого я назвал бы математиком-любителем, кто так бы широко интересовался всеми науками, особенно описательными, как Бюффон.

Незадолго до смерти Бюффон ослеп, что привело к появлению следующей французской эпиграммы:

Да, потерял Бюффон глаза свои,
И светлый день не для него.
Проник он в тайны все природы
И был наказан ей за то. А. Д.

Автора эпиграммы Дейл не указал, но привёл и её английский перевод, см. Booth (1865, с. 206). О. Ш.

Бюффон (1733) уже раньше опубликовал часть текста этого *Очерка*, см. Roger (1978, с. 29). Обзор трёх книг Бюффона см. Sloan (1994). А. Д.

2. В примечании к § 8 этого *Очерка* Бюффон воспроизвёл текст письма Даниила Бернулли 1762 г. О. Ш.

3. Coolidge (1949/1990, с. 172) [напрасно] посчитал это *очень глупым вопросом*. А. Д.

4. [Также и] из других мест этого *Очерка* становится ясно, что Бюффон не считал вероятность нормированной величиной. Об этом труде см. Zabell (1988a) и Coolidge (1949/1990, глава 13). А. Д.

5. Не возраст Земли (в Библии указан примерно тот же возраст, но предполагалось, что то бы возраст цивилизации), а интервал наблюдений. О. Ш.

VIII/3. Уильям Морган (Дейл 3, с. 117 – 119)

William Morgan, *Memoirs of the Life of the Rev. Richard Price*. London, 1815

Морган был актуарием по профессии и племянником Прайса[1]. […] Он опубликовал краткую биографию Прайса (см. выше заглавие его книги) и вот что он указывает по поводу представления [посмертного] мемуара Бейеса Прайсом Королевскому обществу (с. 24 – 27) […]:

Родственники его покойного друга, Бейеса, этого действительно оригинального человека, попросили Прайса

изучить рукописи покойного, которые он написал на различные темы, но по своей скромности никогда не согласился бы опубликовать. Среди этих рукописей Прайс обнаружил несовершенное решение одной из труднейших задач учения о случае, а именно

Определения по числу появления и не-появления неизвестного события шанса того, что вероятность его появления в единичном испытании заключена в некотором интервале, который может быть указан.

Существенные цели, к достижению которых может быть приложена эта задача, побудила Прайса заняться завершением решения Бейеса. Но в то время он должен был очень бережливо тратить время, отведённое для любых исследований, кроме тех, которые были непосредственно связаны с его профессией священника-диссидента. Он занялся рукописью Бейеса очень медленно и закончил этот труд лишь через два года. После этого Кэнтон представил рукопись Бейеса Королевскому обществу, которое опубликовало мемуар Бейеса в 1763 г.[2]

Прайс также послал копию мемуара Бейеса доктору Франклину[3], который был тогда в Америке, и с удовольствием увидел мемуар напечатанным в следующем году в *Трудах* Американского философского общества[4].

Несмотря на усилия, которые Прайс приложил к решению этой задачи, он всё ещё не был удовлетворён им и опубликовал дополнение, которое также представил Кэнтон. А в примечании к своему рассуждению *О чудесах* [см. Дейл 4] он воспользовался этой задачей [Бейеса], чтобы опровергнуть довод Юма, который сравнивал свидетельства и опыт. Ясно также, что эта задача может быть приложена к иным, не менее интересным и важным вопросам.

Двумя сообщениями Королевскому обществу Прайс доказал, что достоин чести быть принятым в члены этого учёного общества, и он действительно был избран в него через несколько месяцев после публикации своего второго сообщения.

Примечания

1. Биографию Прайса: см. [, например,] Holland (1968) и Thomas (1924). А. Д.

2. Просто необходимо представить библиографические данные о мемуарах Бейеса. Оба были представлены Прайсом члену Королевского общества. физику Джону Кэнтону (который был упомянут выше), тот же представил их для публикации; Прайс ещё не был членом Королевского общества и сам не имел такого права.

Даты публикации мемуаров Бейеса обычно приводятся неверно, что вызвано незнанием английского обычая: указывать в каждом случае дату фактической публикации и дату *за* такой-то *год*. В отличие от английских журналов французские и немецкие издания указывали это *за* явно, словами *pour* и *für* соответственно.

Итак, вот мемуары Бейеса (Thomas Bayes). Русский перевод в документе **S, G,** 14.

1764, An essay towards solving a problem in the doctrine of chances. *Phil. Trans. Roy. Soc*., vol. 53 [for] 1763, pp. 370 – 418.

Перепечатки: *Biometrika*, vol. 45, 1958, pp. 293 – 315. Также: E. S. Pearson, M. G. Kendall, Editors (1970), *Studies in the History of Statistics and Probability*,

[vol. 1]. London, pp. 131 – 155. Эта перепечатка дополнена биографией Бейеса: G. A. Barnard, Biographical note.

1765, A demonstration of the second rule in the essay [1764]. *Phil. Trans. Roy. Soc*., vol. 54 [for] 1764, pp. 296 – 325.

Прайс существенно дополнил оба мемуара своими примечаниями; во втором случае они заняли примерно столько же места, сколько текст самого Бейеса.

3. Это безусловно Бенджамин Франклин, выдающийся американский учёный.

4. Ссылка Моргана непонятна. Из переписки с Библиотекой Конгресса и Американским философским обществом я узнал, что это Общество не существовало в период с 1745 (или 1746) года до 1767 – 1768 гг. и что за 1762 – 1766 гг. утеряны документы прежнего общества, с которым Франклин был связан. Ввиду отсутствия иных сведений можно только заключить, […] что Морган ошибся. Аналогичные замечания о его точности [неточности] см. Holland (1968, pp. 45 – 46). А. Д. Номера страниц не соответствуют указанным в Библиографии. О. Ш.

VIII/4. Ричард Прайс, О чудесах,

второй раздел последнего из четырёх очерков (Дейл 4, с. 83 – 87)

Richard Price *On the Importance of Christianity, the Nature of Historical Evidence and Miracles.* В книге *Four Dissertations*. London, 1767.

[…] В этом разделе Прайс цитирует примеры, разъясняющие его результаты, которые он привёл в своём Приложении к мемуару Бейеса (1764). Но было бы интересно вначале отметить пример Прайса о влиянии познания на будущие события. После длинной цитаты из Юма (1748)[1] он (с. 389 – 390) изучает уверенность в законах природы, которую обеспечивает опыт:

Эта уверенность есть лишь наше убеждение в том, что будущие события окажутся в соответствии с обнаруженным нами законом природы. Или иначе, это наше ожидание того, что некоторое событие вновь появится в последующих опытах, если оно осуществилось в предшествовавших.

Вот его пример.

Если белый листок извлечён из [вращающегося] *барабана, и притом известно, что в нём больше белых листков, чем чёрных, я должен буду инстинктивно представлять себе, что существует* [более высокая] *вероятность вытащить белый и поэтому мне придётся ожидать этого. Тот, кто сочтёт подобное ожидание таинством или почувствует какое-то затруднение при его пояснении, не заслуживает серьёзных возражений.*

Аналогично, если соотношение белых и чёрных листков в барабане мне неизвестно, и если я извлёк из него 100 белых листков подряд, я должен буду представить себе, что в барабане вероятно содержится больше белых листков чем чёрных[2]*. Поэтому мне придётся ожидать, что при последующем опыте я снова извлеку белый листок.*

Этот случай не более затруднителен, чем предыдущий, и в обоих случаях было бы равно нелепо приписывать ожидание инстинкту, а не знанию.

Следуют аналогичные примеры с бросками игральной кости и с осуществлением некоторого события миллион раз подряд. Они показывают, что наблюдённую частоту можно применять в качестве разумного предсказателя будущих появлений события. В длинном примечании […] Прайс обращается к своим примерам. Некоторые из них весьма схожи с теми, которые он привёл в своём Приложении к мемуару Бейеса, но они редко цитируются, и поэтому я привожу эти примеры подробно, см. с. 395 – 398:

В [мемуаре Бейеса] *то, что сказано ниже и в последнем замечании* (?), *доказано математически. Там же показан метод определения точной вероятности всех заключений, которые основаны на индукции. Это безусловно является курьёзной и важной задачей, которая столь близка к теме нашего рассуждения, что подобает указать его результаты в нескольких частных* случаях.

Пусть, во-первых, мы знаем о некотором событии только то, что оно произошло 10 раз подряд. Требуется выяснить, на каком основании можно считать, что вероятность его появления в единичном испытании находится где-то между 16:17 *и* 2:1. *Ответ таков: шанс оказаться правым равен* 0,5013, *т.е. почти равен противоположному шансу*[3].

Пусть теперь в указанном случае дано твёрдое тело, ни о числе граней, ни о структуре которого мы ничего не знаем, но по опыту стало известно, что одна и та же грань появлялась при его бросках миллион раз подряд. Тогда было бы маловероятно (improbable), *что число подобных граней превышает число всех остальных менее, чем на* 1 400 000 *и также маловероятно, что эта разность превышает* 1 600 000. *Шанс второго предположения равен* 0,4647, *а первого*, 0, 4895. *Нет, стало быть, никакой причины, чтобы полагать, что иная грань никогда не появится. Напротив, вероятно, что это произойдёт при* 1 600 000 *испытаниях*[4].

Аналогично обстоит дело относительно любого события в природе. Пусть прилив миллион раз происходил в конце какого-то интервала времени. Тогда вероятность соотношения шансов, превышающего 1 400 000 *в пользу того, что следующий прилив произойдёт так, как и прежде, окажется равной* 0, 5105, *а для соотношения шансов, меньшего* 1 600 000, *она окажется равной* 0,5352 [0,5353].

Таковы следствия, которые оправдываются всем опытом. Перейдём теперь к примеру разумного ожидания в случае прерванных или переменных результатов испытаний. Если мы знаем только, что некоторое событие произошло 10 *раз в* 11 *испытаниях и решим, что вероятность его появления в единичном испытании определяется соотношением шансов в интервале* 9:1 *и* 11:1, *то соотношение шансов в пользу нашей ошибочности будет равно* 12:1.

Если же это событие произошло 100 *раз в* 110 *испытаниях, то последнее соотношение шансов теперь окажется равным почти 3:1; если, наконец, событие произошло* 1000 *раз в* 1100

испытаниях, то это же соотношение в пользу верности нашего мнения будет немногим превышать 2:1.

При неизменном соотношении чисел появления и не-появления события указанное соотношение шансов будет неизменно возрастать с числом испытаний. Тот, кто пожелает уразуметь это объяснение и доказательство в общем виде, может обратиться к указанному мемуару и к Приложению в его второй части. Приведённое выше достаточно для того, чтобы показать, как неверно мы были склонны обсуждать эту тему и судить о ней до вычислений. […]

Оно также указывает, что порядок появления событий в природе определён постоянными причинами, которые установило разумное Существо в её, природе, структуре, а не какой-то мощью случая[5]*. Оно кроме того доказывает, что разумение вовсе не является* [врождённой] *способностью, которая учит нас доверять опыту. Нет, разумение способно устанавливать во всех случаях доверие, которое следует приписывать ему*.

В следующем примечании Прайс (с. 440 – 452 [быть может 440 – 442]) приводит два определения и два предложения, которые относятся к вероятностям.

Первое определение. Событие вероятно, если соотношение шансов в пользу его появления превышает противоположное соотношение. В противном случае событие маловероятно; и оно не вероятно и не маловероятно, если это соотношение равно единице.

Таков надлежащий смысл этих слов, но авторы учения о случае принимают термин вероятный в более общем смысле.

Второе определение. Два события независимы, если появление одного из них не влияет на другое.

Первое предложение. Маловероятности независимых событий при их рассмотрении совместно или раздельно остаются без изменений. Это означает, что маловероятность события не изменяется, происходит ли или нет любое иное событие, которое никак не влияет на него. Это самоочевидно[6].

Второе предложение. [Оно настолько туманно, что мы приводим его лишь на языке оригинала]:

The improbability that two independent events, each of them not improbable, should both happen, cannot be greater than the odds of three to one; this being the odds that two equal chances shall not both happen, and an equal chance being the lowest event of which it can be said that it is not improbable.

При чтении этих определений и предложений поражаешься различию между тщательными формулировками Бейеса и более расплывчатыми и непринуждёнными утверждениями Прайса […].

Определение независимости напоминает предшествующее определение Муавра (1718/1756, с. 6):

Два события независимы, если они не связаны друг с другом, так что появление одного не способствует и не препятствует появлению другого.

Вероятность не упоминается ни в этом определении, ни в определении Прайса[7]. Прайс тщательно определил *вероятные* и *маловероятные* события, но не определил *маловероятность* события. […] Маловероятность E может означать любое число в интервале [0, 1], см. Второе предложение Прайса и его прежние замечания, приведённые выше[8]. И поэтому представляется, что при выборе менее пессимистического термина вполне можно будет считать *маловероятность* события его *вероятностью*. И тогда Первое предложение Прайса окажется в соответствии с резюме, которым Муавр (1718/1756, с. 21) сопроводил своё определение, приведённое выше:

Вероятность осуществления нескольких независимых событий равна произведению вероятностей каждого из них.

Здесь вероятность объединена с независимостью, что соответствует определению Бейеса:

События независимы, если появление одного из них не повышает и не снижает вероятностей остальных.

По поводу Второго предложения мы заметим, что Прайс, вопреки Бейесу, не приравнивает *шанс* к *вероятности*. Вот что написал последний:

Под шансом я понимаю то же самое, что вероятность.

Выражение Прайса из того же предложения *an equal chance being the lowest event* поддержал Эмерсон, см. Дейл 1[…].

Примечания

1. Комментарии к критике Прайсом взглядов Юма см. Gillies (1987) и Sobel (1987, с. 169). Соотношение чудес и статистики см. Kruskal (1988). См. также Zabell (1988a; 1988b).

2. Прайс очевидно предполагает, что количество листков в барабане очень велико.

3. Соотношение 16:17 было указано в мемуаре Бейеса, здесь же явно ошибочно упоминается соотношение 16:1.

4. Иная грань появится намного раньше.

5. Это утверждение напоминает Посвящение Ньютону *Учения о случае*. Оно появилось в первом издании книги (Муавр 1718) и было перепечатано в её третьем издании (1756, с. 329). Вот выдержка из него, в которой определена основная цель этого *Учения*: установление

Правил для оценки того, в какой степени некоторые виды событий могут быть вызваны предначертанием, а не случаем.

6. […] В современном истолковании совместные вероятности следует заменить условными.

7. Вероятность косвенно присутствовала у Муавра и была явно упомянута Бейесом, см. ниже.

8. Прайс определил маловероятность события через его вероятность и поэтому дальнейшие рассуждения Дейла излишни и вносят путаницу.

VIII/5. Антон Мейер (Дейл 5, с. 395 – 398)

Anton Meyer, Note sur le théorème inverse de Bernoulli.
Bull. Acad. Roy. Sci., Lettres et des Beaux-Arts Belg.,
t. 23, No. 1, 1856, pp. 148 – 155;
Essai sur une exposition nouvelle de la théorie analytique de probabilités. Liège, 1857

В своей статье 1856 г. Мейер рассмотрел не только указанную в её названии теорему, но и результаты Бейеса и Лапласа.

[Следует непонятная фраза, которую мы выпустили.] Пусть (Лаплас) x_1 и x_2 – неизвестные вероятности взаимоисключающих событий A_1 и A_2. Пусть при большом числе $\mu = m_1 + m_2$ испытаний они произошли m_1 и m_2 раз, тогда вероятность вероятности x_1 находиться в пределах

$$\frac{m_1}{\mu} \pm \gamma \frac{\sqrt{2(\mu - m_1)m_1}}{\mu^2}$$

будет равна

$$P = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^{\gamma} \exp(-t^2) dt \qquad (1)$$

с точностью до членов $1/\mu$.

Мы не обсуждаем эту статью, а переходим к книге Мейера. Её цель изложена в Предисловии:

Составляя этот очерк, я главным образом имел в виду необходимость уточнить вычисления и сосредоточить методы и принципы при изложении апостериорной теории вероятностей.

Мы обсудим вторую часть этого очерка, которая соответствует нашим намерениям, и выясним, насколько успешно Мейер достиг своей цели.

Эта часть озаглавлена *Теоремы Бейеса и Лапласа о вероятности причин*, но Мейер кроме того обсуждает здесь теоремы Бернулли и Пуассона и обратную теорему Бернулли.

Пусть $y = f(x)$ – вероятность события, зависящего от неизвестного x (от его *причины*). Результат Бейеса Мейер формулирует следующим образом. Пределы возможных значений x равны a и b[1]. Если $y = f(x)$ есть вероятность какого-то определённого значения x, то

$$P = \int_{\alpha}^{\beta} y dx \div \int_a^b y dx$$

будет вероятностью того, что неизвестное x содержится в пределах α, β (с. 19).

Странно приписывать этот результат Бейесу, в нём же нет указаний о числе появлений и не-появлений события. Если X – случайная величина с плотностью распределения $f(x)$, то приведённая формула видимо определяет вероятность $P(\alpha < X < \beta | a < X < b)$.

Автор приводит два следствия. Первое (с. 20):

Вероятность определённого значения x равна

$$P = y dx \div \int_a^b y dx. \qquad (2)$$

Это просто $P(x < X < x + dx | a < X < b)$.

Второе следствие (с. 20 – 21):

Пусть $z = \varphi(x)$ есть вероятность будущего события, вызванного причиной x и $y = f(x)$ – вероятность наблюдённого события, тогда P_i окажется вероятностью будущего события, происшедшего по причине, вероятность которой равна (2). Тогда

$$P_i = Pz.$$

Следовательно, если π – вероятность будущего события, которое произойдёт ввиду причины x, принимающей значения в интервале α, β, то

$$\pi = \int_{\alpha}^{\beta} zydx \div \int_{a}^{b} ydx .$$

Это следствие можно представить себе как обобщение первой теоремы автора в том же смысле, в котором Прайс обобщил теорему Бейеса[2].

Вторую теорему, которую Мейер приписал Лапласу, такова (с. 21).

Пусть x неизвестная причина сложного события, вероятность которой $y = [f(x)]^s$. Если m – значение x, приводящее y к максимуму, и s очень большое число, то с точностью до величин $1/s$ вероятность (1) того, что причина, т. е. неизвестное x, заключена в пределах[3]

$$m \pm \frac{\gamma}{\sqrt{-s[f''(x)/2f(x)]_m}} = m \pm \frac{\gamma}{\sqrt{-[d^2 \ln y/2dx^2]_m}}. \qquad (3)$$

При длинном и сложном, но видимо верном (если пренебречь несколькими опечатками) доказательстве автор применил свой вариант теоремы Бейеса. Он также привёл следующие замечания.

1. *При постоянном* P *пределы* [в (3)?] *сближаются при возрастании s.*

2. *При постоянных пределах, для чего необходимо возрастание* γ *с s, вероятность* $P \to 1$ *при* $s \to \infty$.

3. *Следовательно, при возрастании s можно сблизить пределы и одновременно повысить* P. *При* $s = \infty$ *мы имеем* $x = m$ *и* $P = 1$.

Мейер был не прочь похвастаться. До формулирования своей второй теоремы он заявил:

Некоторые мои выводы ведут начало из глубины идей Лапласа, но они понятнее и строже, чем у этого автора.

Третий результат это обратная теорема Бернулли[4] (с. 28):

Пусть x *и* $(1 - x)$ *обозначают неизвестные вероятности двух противоположных событий* A *и* B. Пусть также A появилось p раз и B – q раз в очень большом числе $\mu = p + q$ испытаний. Тогда существует вероятность (1) того, что x содержится в пределах (?)

$$\frac{p}{\mu}+\frac{\gamma}{\mu}\sqrt{\frac{2pq}{\mu}}.$$

Заметим, что вероятность *x* считается неизвестной, что противоречит прямой теореме Бернулли. Мейер снова применяет свою первую теорему и действительно его результат по существу является частным случаем второй теоремы.

Четвёртая теорема приписана Бернулли (с. 30):

Пусть x и (1 – *x*) *обозначают известные вероятности двух противоположных событий* A *и* B. Тогда отношение *m*/*s* вероятнейшего числа появления события A к очень большому числу *s* испытаний с точностью до величин порядка 1/*s* заключено в пределы

$$x \pm \frac{\gamma}{\sqrt{s}}\sqrt{2x(1-x)}$$

с вероятностью

$$\mathrm{P} = \frac{2}{\sqrt{\pi}}\int_0^{\gamma}\exp(-t^2)dt + \exp(-\gamma^2) \div \sqrt{2\pi s x(1-x)}\,.$$

Доказательство обычно, но этой теоремы у Бернулли нет, она намного ближе результату Муавра[5]. Наконец, Мейер обсуждает теорему Пуассона.

Следует быть может заключить, что эта часть очерка Мейера сообщает читателям полезные и точные доказательства указанных теорем, но он несколько менее аккуратен в их названиях.

Примечания

1. Возможные количественные значения причины: это совершенно непонятно. Всю статью следовало переделать (или подробно комментировать). О. Ш.

2. Пояснение отсутствует. О. Ш.

3. В другом месте Дейл поясняет принятое здесь обозначение: $(x)_m = x(x-1)\ldots(x-m+1)$. О. Ш.

4. Этому результату посвящена 31-я глава книги Keynes (1921). А. Д. Обозначение *x* применяется теперь в другом смысле. О. Ш.

5. О работах Бернулли и Муавра см. Пирсон (1925). А. Д. Мы никак не можем согласиться с отрицательным мнением Пирсона о теореме Бернулли, см. Шейнин (2013, § 4.2.3). О. Ш.

VIII/6. Джон Стюарт Милль (Дейл 6, с. 364 – 366)

John Stuart Mill, *System of Logic* (1843).
Восьмое издание: Лондон, 1872,
перепечатанное в 1972 г. и в *Собрании сочинений* автора (*Coll. Works*. Toronto – London, 1974). *Система логики*. М., 2011

Этот автор справедливо известен своими трудами по экономике, философии и логике. Его единственный результат,

который соответствует содержанию нашей книги, находится в *Системе логики*. При жизни автора это сочинение выдержало восемь изданий, каждое из которых было им тщательно просмотрено. Изменения[1] были настолько существенными, что Милль опубликовал отдельно гл. 18 из кн. 3, *О вычислении шансов*, вместе с гл. 25. Наши замечания относятся к первому изданию, но при необходимости со ссылками на восьмое.

Эту главу Милль начинает с лапласова определения (?) вероятности (1814/1999, с. 835 правый столбец):

Вероятность обуславливается отчасти […] *незнанием, отчасти нашим знанием.*

Требование Лапласа о том, чтобы события были взаимоисключающими, исчерпывающими и равновозможными[2], Милль (1843, § 2) полагает неудовлетворительным:

Чтобы объявить два события равновероятными, недостаточно знать, что либо одно из них, либо другое должно произойти и не иметь оснований для предпочтения какого-либо из них. Опыт должен был бы ещё показать, что эти события происходят одинаково часто.

Впоследствии Милль отказался от этой точки зрения[3] и заключил (1843/1872, § 1), что

Теория случая, как полагал Лаплас и вообще математики, лишена коренного заблуждения, которое я приписал ей. Моё утверждение было основано на убеждении (там же), *что вероятность события не является свойством самого события, а просто обозначением ступени основания, которое мы или кто-то другой имеем для его ожидания. Вероятность события для одного отлична от неё для другого или для того же самого человека после того, как он соберёт дополнительные данные*.

Впрочем, определение Лапласа быть может не вполне подходяще, если оно служит для научного приложения учения о случае[4], и Милль (1843/1872, § 3) указывает, что требуемое знание относится

К сравнительной частоте действительного появления различных событий.

Кроме того, он (§ 4) заявляет, быть может не вполне общепринято, что[5]

Вероятности событий, выведенные из частот в прошлом, обеспечивают менее надёжную основу для практического руководства, чем их вероятности, установленные из познания с той же точностью о частоте появления их причин.

Я назвал этот метод *не вполне общепринятым*, поскольку Милль видимо предполагает, что если в прошлом в n случаях из N появлялось событие E, то n/N (*или, возможно, какая-либо функция этой доли*) быть может не является лучшим показателем, хоть обычно эта величина принимается за оценку вероятности события E. Позвольте мне попытаться прояснить этот довод.

Ранее Милль в той же главе (1843/1872, § 3) заявляет, что вероятность выхода единицы [при броске игральной кости] равна 1/6, потому что на самом деле знаем по размышлению или опыту,

что при сотне или миллиону бросков это происходит один раз из шести.

В следующем параграфе он замечает, что существует важное отличие в оценке вероятности по размышлению и по опыту, ибо если исходить из отношения n/N к $(N – n)/N$, то

Опыт будет являться лишь методом согласования, и заключение окажется только эмпирическим законом.

(Метод согласования это один из четырёх методов экспериментального исследования по Миллю. Его следует применять, чтобы выявить обстоятельства, которые на самом деле присущи какому-либо явлению в качестве неизменного закона и либо предшествуют ему, либо следуют за ним. При этом исследовании сравниваются различные случаи появления изучаемого явления.)

Если, с другой стороны, мы рассматриваем причины, от которых зависит появление или не-появление E, и оцениваем соотношение благоприятных и неблагоприятных причин, то (Милль 1843/1872, § 4)

Исходим из данных более высокого порядка. Они позволяют либо исправить, либо подтвердить эмпирический закон, который был выведен лишь по численному сравнению положительных и отрицательных случаев. В любом случае мы выведем более верную меру вероятности.

Даже в таком простом примере как о *шариках в коробке* к оценке вероятностей приводит не просто конкретный опыт, а скорее более сильные мотивы причинности. […] Действительно, появление события E является причиной для нашего ожидания его вторичного осуществления, потому что его первое появление доказало, что существует (или может существовать) причина, которая и привела к этому осуществлению. Тут сразу же вспоминается пример Прайса о восходе Солнца[6].

В § 3 (1872, § 5) Милль цитирует и доказывает шестой принцип Лапласа (1814). Он обсуждает случай двух возможных причин события и выводит апостериорную вероятность по соображениям частоты. В первом издании Милль (§ 3) счёл *необходимым указать другое серьёзное упущение в теории Лапласа*. Он считал предшествующее предложение непригодным для приложения к *гипотезам*, а не к *причинам*, потому что

Замена причин, которые способны привести к определённому результату, одним лишь предположением не является основанием для вывода о том, что этот результат будет произведён[7].

[…] Вряд ли следует удивляться его выводу:

Это предложение, в том виде, в котором оно было сформулировано, неясно.

В последующих изданиях всё это рассуждение было опущено.

Примечания

1. Об этих изменениях см. *Coll. Works* Милля, 1974. А. Д.

2. Точная ссылка на Лапласа отсутствует. О. Ш.

3. В первом издании книги Милль (§ 2) фактически заключает, что

Условие, пропущенное Лапласом, было не просто одним из требований, которые накладываются на возможность вычисления шансов, а единственным требованием. А. Д.

Милль изменил своё мнение в основном ввиду критики Дж. Гершеля. Эту критику он описал уже в издании *Логики* 1846 г. Более подробно об этом см. Strong (1978, § 3) […]. А. Д.

4. Какие же не научные приложения существуют? Установление фактов без их сравнения во времени или пространстве и без исследования причин. О. Ш.

5. Вот дополнительное свидетельство частотного подхода к вероятности (Милль 1843/1872, кн. 3, гл. 18, § 3):

До приложения учения о случае к какой-либо научной цели следует установить основание для оценки случаев приобретением наибольшего возможного объёма положительного знания. Требуется знание сравнительных частот, с которыми происходят различные события. Для целей нашего нынешнего труда позволительно предположить, что выводы о вероятностях фактов определённого типа основаны на знании пропорции количества случаев, в которых они происходят и не происходят.

Это знание приобретается из специальных испытаний или выводится из нашего познания действительных причин, которые склонны привести к исследуемому факту по сравнению с теми, которые склонны предотвратить его появление.

Strong (1978, p. 34) заметил, что этот довод Милля примерно на 25 лет опережает утверждение Венна [очевидно, Venn (1866)]. А. Д.

Факты следует заменить на *события*. О. Ш.

6. Особое значение первого события отметил уже Бейес (1764). Милль (*Логика* [*Система логики*], издание 1851 г., кн. 3, гл. 18, § 4) включил следующее примечание:

После первого появления, которое, стало быть, важнее для [определения] *вероятности, чем любое иное* (*потому что доказывает возможность*), *существенным оказывается количество в качестве показателя мощи или протяжённости причины и её независимость от момента времени. Если мы желаем оценить вероятность его* (?) *появления определённое число раз, то первое появление указывает возможность этого* (*до того сомнительную*), *а каждый последующий шаг указывает, что эта мощь находится под более совершенным контролем, что она возрастает и менее изменчива* [чем можно было думать] *и поэтому повышает вероятность*.

Это высказывание следовало бы значительно сократить. Вероятность восхода Солнца впервые исследовал Юм (Hume 1739), а Пуассон (Poisson 1837, § 63) исследовал родственную тему у того же автора (Hume 1748). О. Ш.

7. Лаплас (например, 1814/1999, с. 861) заявил, что гипотезы следует постоянно совершенствовать в соответствии с новыми наблюдениями, см. также Double, Dulong, Larrey, Poisson (1835, с. 176 – 177). О. Ш.

VIII/7. Рудольф Герман Лотце (Дейл 7, с. 418 – 419)

Rudolf Hermann Lotze, *Logik. Drei Bücher*, 1874, 1880, 1912. Nabu Press, 2010

В своей *Логике* Лотце (гл. 9, § 282.1) заявил, что вероятность субъективна:

Она прежде всего вполне обозначает субъективную меру разумного доверия, которое мы заранее имеем о появлении определённого случая, если известны все случаи, которые возможно произойдут при заданных условиях, но не имеем никаких реальных оснований считать необходимым один из них с отбрасыванием всех остальных.

Далее Лотце (§ 282.4) видимо предполагает, что причина C, чьё правдоподобие выше, чем у любой иной, при появлении некоторого события E должна считаться его причиной:

Если данный факт может быть произведён многими различными причинами, то вероятнейшая из них будет та, при допущении которой вероятность этого факта окажется самой высокой.

Не означает ли это, что P(C|E) наверняка самая высокая?

Следует заметить у автора обсуждение правила следования событий. Указав, что $(m + 1):(m + 2)$ является вероятностью того, что событие E произойдёт сразу же после его появления m раз подряд, Лотце (гл. 9, § 282.5) доказывает это утверждение таким образом:

Знаменатель указанной дроби содержит сумму всех мыслимых случаев, поскольку кроме действительных случаев имеется ещё два мыслимых, т. е. появление или не-появление E.

И далее (там же):

Мне представляется, что это не менее убедительно, чем смутная аналитическая обработка, при помощи которой этот результат обычно выводится.

VIII/8. Матурен-Клод-Шарль Гуро (Дейл 8, с. 369 – 370)

Mathurin-Claude-Charles Gouraud, *Histoire des probabilités depuis ses origines jusqu'à nos jours*. Paris, 1848. Hachette, 2016

Todhunter (1865, с. x) описал этот труд как

Популярное изложение, совершенно без математической символики, но содержащее некоторые важные ссылки. Временами истина страдает ради риторического стиля, равно непригодного и для истории, и для науки[1]. *Тем не менее, обычный читатель будет вознаграждён живым и энергичным изображением всего хода событий.*

Гуро[2] (с. 47) верно приписывает достижения Бернулли и Муавра тому результату, который известен по имени первого, а затем (с. 61 – 62) сравнивает его с результатом Бейеса. Затем он (с. 62 – 63) указывает на применение и развитие теоремы Бейеса Лапласом[3], этим *величественным геометром* (с. 64).

Он (с. 95 – 96), возможно, ошибается, когда указывает, что сочинение Condorcet (1785) содержит

Принцип, смутно предусмотренный Бейесом и разъяснённый Лапласом.

Та же ошибка [уже без оговорки!] повторена в конце книги (с. 146):

Принцип, смутно предусмотренный Бейесом и аналитически разъяснённый Лапласом, состоит в выводе вероятности причин и их последующего действия по обычному наблюдению прошлых событий. […]

Гуро ссылается на работу Прайса по страхованию жизни и на мемуар Кондорсе (1781 – 1784) и подчёркивает труд последнего по определению вероятностей будущих событий по наблюдению прошлых и по обработке свидетельских показаний. Несколько

страниц Гуро посвятил *Теории аналитической вероятности* и *Опыту философии* Лапласа.

Несмотря на чрезмерную похвалу этого сочинения, Гуро считает исторические комментарии Лапласа слишком краткими и, к сожалению, содержащими несколько упущений.

Примечания

1. История также является наукой. О. Ш.

2. Гуро родился в 1823 г., но *Grande Encyclopédie* не указывает год его смерти (наверняка наступившей после 1876 г.). Порядок его имён указывается авторами неоднозначно. А. Д.

3. Крайне поверхностное описание заслуг классиков, притом нельзя было комментировать их труды без математической символики. О. Ш.

VIII/9. Морган Уильям Крофтон (Дейл 9, с. 465 – 470)

Morgan William Crofton, Probability.
Enc. Britannica, ninth edition, vol. 19, 1885, pp. 768 – 788

Вот понятие Крофтона (с. 768) о вероятности:

Вероятность или величина убеждения, приписываемая факту [событию] *или утверждению, поэтому она существенно субъективна и изменяется со степенью знания того, кому это событие указывается. Часто на вероятность сильно влияют страсти и предубеждения, так что, как заметил Лаплас*[1], *вероятность зависит и от знания, и от незнания.*

Подобные вероятности следует определять по частотам (с. 769):

Мы действительно можем сказать, поскольку мы так редко априорно знаем что-либо о вероятности любого события, что наше знание о нём в любом случае полностью выводится из следующего принципа. Пропорция [т. е. вероятность], *которая сохраняется при большом числе испытаний, будет той же при любом их числе, даже бесконечном, и отклонения* [от указанной пропорции] *или погрешности будут уменьшаться по мере умножения этого числа*.

Второй раздел этой статьи называется *Вероятность будущих событий, выведенная по опыту*. Здесь Крофтон несколькими простыми примерами разъясняет следующий общий принцип.

Пусть P_i – предшествовавшая вероятность *i*-й причины[2] C_i, p_i – вероятность события E при заданном C_i и N – большое число испытаний. Тогда (с. 773) при этих испытаниях

В P_1N *случаях существует первая причина, а из числа этих случаев событие происходит в* p_1P_1N *случаях.*

Продолжая частотные рассуждения, Крофтон определяет апостериорную вероятность π_i причины C_i

$$\pi_i = p_iP_i \div \Sigma p_iP_i, \qquad (1)$$

так что вероятность дальнейшего осуществления события равна $\Sigma p_i\pi_i$.

Следующий пример относится к выборке с возвращением из урны, содержащей n белых и чёрных шариков. Если при r

извлечениях появлялся белый шарик, то вероятность его появления в следующем испытании равна

$$\frac{1}{n}\sum_{k=1}^{n} r^{k+1} \div \sum_{k=1}^{n} r^{k}$$

или $(r + 1):(r + 2)$ вне зависимости от n при выборках без возвращения.

Далее Крофтон (с. 774) обращается к

Важной теореме Бейеса […], *цель которой состоит в выводе сведений из заданного числа испытаний* (*при которых* [исследуемое] *событие может произойти или нет*) *о действительной возможности появления события в одном испытании. Эта возможность совпадёт с пропорцией успехов при мыслимом бесконечном числе испытаний*.

Заметьте подчёркнутый подход к предельной частоте.

Эту цель[3] [теоремы Бейеса] Крофтон формулирует на примере шариков и урны и выводит формулу

$$p = \int_{\alpha}^{\beta} x^m (1-x)^n \, dx \div \int_{0}^{1} x^m (1-x)^n \, dx \,, \qquad (2)$$

т. е. (с. 774)

Вероятность того, что отношение числа белых шариков к общему числу шариков заключено в пределах α, β.

Обычное обобщение на $(p + q)$ дальнейших после $(m + n)$ извлечений приводит к вероятности

$$C_{p+q}^{p} \int_{0}^{1} x^{m+p} (1-x)^{n+q} \, dx \div \int_{0}^{1} x^m (1-x)^n \, dx = C_{m+p}^{p} C_{n+q}^{q} \div C_{m+n+p+q+1}^{p+q} \,.$$

Lidstone (1920, § 18) обобщает этот результат на случай урны с шариками i различных цветов. Фактически он (с. 191) высказывает сомнение:

Можно ли считать процесс Крофтона […] *строго доказательным. Но во всяком случае он прост, изящен, наводит на размышления и легко запоминается*.

При больших значениях суммы $(m + n)$ формула (2) сводится к

$$P\left(\frac{|\, p-m \,|}{m+n} < \delta\right) \approx \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_{0}^{\lambda} \exp(-t^2) dt, \;\; \lambda = \frac{\delta (m+n)^{3/2}}{\sqrt{2mn}}.$$

В § 4 Крофтон обратился к вероятностям свидетельских показаний. Он (с. 777) начинает с классификации, которая напоминает рассуждения Лапласа: свидетель может говорить неправду либо умышленно, либо по ошибке[4] […]. Его первая задача такова: свидетель, правдоподобие которого равно p, утверждает, что произошло или не произошло некоторое событие.

Если заранее ничего не известно о вероятности этого события, или если истинная возможность его появления равна 1/2, то (с. 777) вероятность его действительного появления равна *p*. Этот ответ Крофтон обосновывает доводом о существовании большого числа *N* испытаний[5].

Во второй задаче предположено, что свидетель видел извлечение единственного белого шарика из мешка, содержащего *n* шариков. Пусть *p* – правдоподобие свидетеля и каждый шарик может быть извлечён с одной и той же вероятностью. Крофтон вывел вероятность действительного извлечения белого шарика

$$w = \frac{p/n}{p/n + (1-1/n)(1-p)}$$

и заметил, что при больших *n* эта вероятность очень низка, если только *p* не близко к единице. Он (с. 777) также указывает, что

Здесь мы видим научное объяснение всеобщей склонности скорее отвергать свидетельство, чем признавать его в том случае, когда само по себе событие необычно или весьма Маловероятно[6].

Следующая задача Крофтона (с. 777):

Два независимых свидетеля утверждают, что произошло определённое событие, одно из двух возможных. Требуется определить вероятность истинности этих показаний.

Пусть правдоподобия свидетелей будут *p* и p_1, тогда истинная вероятность будет равна

$$w = \frac{pp_1}{pp_1 + (1-p)(1-p_1)}. \qquad (3)$$

[…] Ряд приведённых примеров по существу показывают, что если *n* [независимых] свидетелей с правдоподобиями $p_1, p_2, \ldots, p_n$ согласованно показывают, что произошло некоторое событие, то вероятность его действительного осуществления равна

$$p_1p_2 \ldots p_n \div [(p_1p_2 \ldots p_n) + (1-p_1)(1-p_2) \ldots (1-p_n)].$$

Крофтон[7] замечает, что 13 свидетелей с одним и тем же правдоподобием $p = 9/10$ достаточны, чтобы шансы в пользу существования события превысили противоположные шансы, если даже соотношение тех же шансов самих по себе составляет $1:10^9$.

Мы не обсуждаем ряд близких по содержанию примеров. События в них имеют более двух возможных исходов, либо вероятности этих исходов различны, либо же показания двух свидетелей противоположны. Более интересен следующий вопрос.

Пусть некоторый симптом A указывает на определённое заболевание в трёх случаях из четырёх; пациент, у которого обнаружен этот симптом, болен с вероятностью 3/4. *Этот*

вывод, однако, следует рассматривать совместно с априорной вероятностью заболевания. […] *Если, к примеру, известно, что* 3/4 *всего населения больны этим же заболеванием, полученные данные окажутся бесполезными и правдоподобие симптома самого по себе было бы равно* 1/2 *и ни о чём не свидетельствовало бы.*

Пусть a – априорная вероятность [заболевания], *w – та же вероятность после исследования, p – правдоподобие исследования, тогда*

$$w = \frac{ap}{ap + (1-a)(1-p)}.$$

При w = a окажется, что p = 1/2. *При заданных w и a правдоподобие p можно вывести из этого уравнения* (с. 778) […].

Здесь что-то странно. Крофтон, видимо, исходил из формулы (3), хотя более естественно было бы исходить из (1). [Следует обоснование.]

Далее Крофтон рассматривает случай выявления двух независимых симптомов, A и B. Пусть

$$P(D/A) = w,\ P(D/B) = w_1,\ P(D) = a.$$

Тогда (с. 778) *значение свидетельства* B остаётся подобным прежнему

$$p_1 = \frac{(1-a)w_1}{a + w_1 - 2aw_1}.$$

Сочетая этот результат с *w*, он определяет вероятность π заболевания при наличии обоих симптомов

$$\pi = \frac{wp_1}{wp_1 + (1-w)(1-p_1)} = \frac{(1-a)ww_1}{(1-a)ww_1 + a(1-w)(1-w_1)}.$$

Следует численный пример.

Ныне этот метод соединяется с правилом следования событий, см. (2), следующим образом. Если при броске монеты она *m* раз подряд выпала одной и той же стороной, то истинная вероятность выпадения этой стороны превышает 1/2 и равна

$$w = \int_{1/2}^{1} x^m dx \div \int_{0}^{1} x^m dx = 1 - 1/2^{m+1},$$

причём априорно существовало сильное предположение, что она равнялась 1/2.

Пусть существует очень низкая вероятность *p* того, что

Либо монета сама по себе, либо метод её бросков более благоприятен для выпадения какой-либо одной её стороны. Тогда (с. 779) после выпадения этой стороны *m* раз подряд эта вероятность окажется равной

$$\frac{pw}{pw+(1-p)(1-w)}=\frac{(2^{m+1}-1)p}{(2^{m+1}-2)p+1}.$$

Этот результат Крофтон (с. 779) применяет для рассмотрения *вердиктов присяжных, судебных решений и выборов.*

Примечания

1. Утверждение Лапласа см. в начале материала Дейл 6. О. Ш.

2. Крофтон (с. 773) замечает, что *причину* он понимает не в её метафизическом смысле [?], а как нечто, равносильное *предыдущему состоянию вещей*. А. Д.

3. Эту и следующую задачу Крофтон рассматривает также в главе о средних величинах и вероятности в книге Williamson (1896). А. Д.

4. В отличие от Крофтона или Дейла Лаплас в гл. 10 своей *Аналитической теории вероятностей* предложил исчерпывающую классификацию: свидетель говорит правду, притом ошибается или нет; свидетель лжёт, притом ошибается или нет.

5. Вероятность, равная 1/2, соответствует полному незнанию. Это утверждал Пуассон (1837, § 11) и это же указывает теория информации. Интересно, что Крофтон никак не комментировал то же самое фактически высказанное утверждение. О. Ш.

6. Вот тот же вывод Лапласа (*Анал. теория вер*., с. 460): ошибка свидетеля или его обман становятся тем вероятнее, чем менее вероятно само по себе описываемое событие. О. Ш.

7. Лучше было бы напрочь забыть этот надуманный пример. О. Ш.

VIII/10. Джон Венн (Дейл 10, с. 399 – 401)

John Venn, *The Logic of Chance*. London, 1866; New York, 1962 (перепечатка третьего издания 1888 г.)

Венн был в первую очередь философом, а не математиком[1], и можно удивляться, что его книга излучает статистику[2]. В ней Венн[3] усиленно отстаивает частотное понятие вероятности, от которого *классическая* статистика так много зависит. Это понятие основано на рядах, которые (Венн 1866/1962, с. 4)[4]

Сочетают индивидуальный беспорядок с правильностью совокупности.

В четвёртой главе своей книги Венн рассматривает методы установления определённых свойств этих рядов, а именно **1)** смысла понятия *равновероятно*; и **2)** принципа достаточного основания. Он (с. 82) серьёзно сомневается в отсутствии противоречия при попытках его приложения.

Глава 6 называется *Субъективная сторона вероятности. Измерение доверия*. В ней он описывает взгляды Де Моргана и Донкина (Donkin (1851), который определил вероятность через доверие, перечисляет затруднения в усвоении этих взглядов и повторяет своё мнение (с. 137):

Вероятность обсуждает только статистическую частоту событий. Или, если угодно, количество доверия, которое следует

придавать каждому из них в отдельности, но которое оставляет всё [наше] *дальнейшее поведение в зависимости от этой частоты или этого доверия, – от выбора действующих сил*.

И далее (с. 138):

Поэтому субъективная сторона вероятности, хоть она очень интересна и вполне заслуживает исследования, представляется, лишь придатком объективной вероятности и сама по себе не обеспечивает никакого надёжного основания для науки об умозаключении.

В гл. 7 Венн переходит к обращённой вероятности, которую он (гл. 6, с. 109) определил как определение *сути причины по сути наблюдённого результата*. Он заявил, что следует отказаться от отличия между прямой и обращённой вероятностями и пояснил своё утверждение обычным примером *шариков в ящике*: любое отличие между этими вероятностями либо исчезает, либо[5] (с. 185) *Просто сводится к отличию во времени, которое* […] *совершенно чуждо нашей теме*.

Основанием для отказа от обоснования по обращённой вероятности является применение совершенно произвольного предположения о равновероятности. Далее Венн переходит к правилу *следования событий*[6]. В его восьмой главе[7] содержится то, что Jaynes (1976, с. 242) описал как

Настолько злонамеренно несправедливую атаку на правило следования событий у Лапласа, что даже Фишер (1956) *был вынужден защитить его*[8].

Венн (с. 196) считает, что это правило обычно формулируется так:

Чтобы определить шанс возвращения уже наблюдённого события, следует разделить число его появлений, увеличенное на единицу, на то же число, увеличенное на две единицы[9].

В примере с шариками и ящиком он (с. 197) без доказательства приводит этот обычный результат, $(m + 1):(m + 2)$ и продолжает:

Затем приводятся физическое предположение о том, что вселенную можно уподобить такому ящику в том смысле, что указанное правило может решить следующую задачу: событие произошло m раз подряд, определить шанс его повторения при последующем испытании.

Венн поясняет это примерами, взятыми у Лапласа и Де Моргана, и заключает (с. 197)[10]: *Трудно относиться всерьёз к такому правилу*.

В десятой главе Венн возвращается к обращённой вероятности и считает необходимым решать, было ли событие вызвано случаем или предначертанием[11]. Более подробно (с. 249) он рассматривает: **1)** Относительную частоту действия двух агентов, а именно тех, которые действуют случайно и по предначертанию и **2)** вероятность того, что каждый из них, будь он действительно действенным, приведёт к появлению случайного события.

Вероятность, указанную во втором пункте, обычно легко определить, но вот сторонникам частотной теории вероятностей весьма затруднительно установить частоты, упомянутые в первом пункте. Впрочем, Венн (с. 258) заключает, что

Подобные задачи по крайней мере понятны, если не всегда разрешимы.

Как и многие другие авторы, Венн (гл. 16 и 17) уделяет некоторое внимание приложению вероятностей к свидетельским показаниям, однако заключает, что подобные исследования не должны относиться к теории вероятностей. Эта мысль понятна в свете частотного пыла.

Соображения Венна по поводу вероятностей не остались незамеченными. Edgeworth (1884b, с. 224) в основном согласился с подходом к объективной вероятности, но предположил, что

Логический скепсис часто уносил его слишком далеко от точки зрения, принятой большинством авторов сочинений о случае.

Пирсон (1920, с. 2) обратил внимание на критику Венна обращённой вероятности. Его замечания были, видимо, основаны на *возражениях против равного распределения незнания*. Он счёл это странным при подходе Венна к изучению влияния методов Листера[12].

Пирсон (1928, первое приложение) вернулся к этой проблеме, а Jaynes (1976, с. 242) заметил странное обстоятельство в рассуждениях Венна:

Как человеческий разум может отклонять лапласово правило следования событий и отстаивать частотное определение вероятности? Каждый, кто приписывает событию вероятность, равную её частоте, полученной из многих испытаний, поступает именно так, как ему указывает правило Лапласа.

Фишер (1921, с. 311) поддержал подход Венна. Считая обращённую вероятность *существенным парадоксом*, он воздал должное критике Буля, Венна и Chrystal (1891), которые

Способствовали изгнанию этого метода (?) *по крайней мере из элементарных учебников алгебры*.

Он (с. 326) также комментирует *решающую критику* этих трёх авторов по поводу

Необоснованных характерных особенностей предложений, введённых под маркой обращённой вероятности и теоремы Бейеса[13].

Его замечания в свою очередь критически исследовала Zabell (1989a).

Примечания

1. См. Mckenzie (1981, с. 236 – 237). А. Д.

2. Венн сотрудничал с Гальтоном при изучении наследственности (Porter 1986, с. 271). А. Д.

Очень неприятно, что приходится ссылаться на наглого невежду (Шейнин 2006). О. Ш.

3. […] Mill (1843/1872, кн. 3, гл. 18, § 6) описывает этот труд следующим образом:

Насколько мне известно, это один из самых вдумчивых и философских трактатов среди всех, появившихся за многие годы, и посвящённых любой теме, связанной с логикой и свидетельствами. А. Д.

4. Ссылки в этом разделе приводятся к этому изданию 1866 г. Венн ввёл существенные изменения во второе и третье издания, но мы здесь ограничились указанием последнего. Оно несомненно отразило его обдуманные взгляды на вероятность и родственные темы. А. Д.

5. Утверждение Венна о том, что вопрос о времени чужд соображениям о вероятности, противоречит мнению Shafer (1982). А. Д.

6. Указанный термин он ввёл на с. 140 *с извинениями*. Salmon (1980, с. 131 – 132) обсуждает это понятие. А. Д.

7. Salmon (1980, с. 133) обнаруживает в этой главе *существенные недоразумения*. А. Д.

8. Фишер упомянул эти примеры в § 3 главы 2, с. 25 – 26. Он указал, что примеры Венна являются

Немногим более, чем краснобайские непристойности, которые предназначались для подавления противника насмешкой. Он вряд ли пытался привести их в соответствие с условиями теоремы Бейеса или правила следования событий, которое основано на ней. А. Д.

9. Возможный пример о [вероятности] восхода Солнца [введённый Юмом] впервые обсуждал Прайс в своём комментарии к мемуару Бейеса. И его, а не Лапласа, вполне можно считать автором правила следования событий. […] Подробное исследование этого правила см. Zabell (1989b). О. Ш.

10. Keynes (1921, гл. 30, § 14) упоминает других противников и сторонников правила следования событий. Edgeworth (1884b, с. 234) заключил, что

Частный случай обращённой вероятности, который называется правилом следования событий, быть может не является таким бессмысленным, каким Венн хотел бы заверить нас. А. Д.

11. См. Дейл (4, прим. 5). О. Ш.

12. Джозеф Листер (1827 – 1912), хирург. Ввёл в практику антисептику. Его иные заслуги в хирургии не относились к *подходу Венна*. О. Ш.

13. Теорема Бейеса упоминается и другими авторами. На самом деле это – теорема Лапласа, Бейес же рассматривал только её частный случай, см., например, Лаплас (1814/1999, с. 837, седьмой принцип). О. Ш.

VIII/11. Уильям Стенли Джевонс (Дейл 11, с. 415 – 419)

William Stanley Jevons, *The Principles of Science*.
A Treatise on Logic and Scientific Method, vols. 1 – 2.
London, 1874, 1877, 1879. Nabu Press, 2010
У. С. Джевонс, *Основы науки.*
Трактат о логике и научном методе. СПБ, 1881; М., 2011

Джевонс[1] хорошо известен своими трудами по экономике и логике, но меньше в связи со статистикой. Здесь нам достаточно упомянуть одного только Keynes (1921, гл. 23, § 10), который в известной степени язвительно отозвался о нём:

Лишь немногие книги, доводы в которых так же поверхностны, но которые в то же время содержат так много истин, как книга Джевонса.

Подчёркивая важный успех, которого добился Джевонс, поскольку *придавал особое значение близкой связи индукции и вероятности*, Кейнс продолжает:

Сочетая проницательность с ошибками, он испортил великолепные предложения ошибочными и сквернями доводами. Его применение обращённой вероятности к задачам индукции

грубо и ошибочно, но идея, на которой она основано, по существу неплоха.

В любом случае давайте же обратимся к самой его книге[2]. Десятая глава (*Теория вероятностей*) посвящена довольно общему обсуждению случая и вероятности. Вероятность понимается как понятие, относящееся к состоянию нашего разума[3]. Он (1877, с. 199) затрудняется термином *убеждение* и поэтому предпочитает упоминать, что *теория вероятностей имеет дело с количеством знания.*

Метод, который следует применять в теории вероятностей (с. 201) основан на подсчёте

Количества случаев или событий, относительно которых мы обладаем равным знанием.

Джевонс приводит правило вычисления вероятностей и подчёркивает значение абсолютных и сравнительных вероятностей, а метод Буля (?), как и Wilbraham (1854), он считает *существенно ошибочным* (с. 206).

В этой же главе есть некоторые замечания об априорных вероятностях и в том числе знаменитый пример[4] (с. 212) о том, что [бессмыслица может быть истолкована только бессмысленным образом].

Джевонс также комментирует предложение Терро[5] о символе 0/0, выражает самое серьёзное сомнение в нём и продолжает (с. 212 – 213):

Если мы согласны в том, что вероятность может принимать любые значения от 0 *до* 1, *и что все её значения равновероятны, то n и* (1 – *n*) *равновероятны и среднее между ними равно* 1/2. *Либо мы можем принять pdp, чтобы выразить вероятность того, что наша оценка какого-то предложения находится между p и* (*p* + *dp*). *Полная вероятность этого предложения окажется равной интегралу* [от *p*] *в пределах* 0 *и* 1 *и снова будет равна* 1/2.

Его соображения видимо приводят к тому, что, например, 2/8 и 7/8 равновероятны (?), но их среднее не равно 1/2.

Keynes (1921, гл. 20, § 7) критикует взгляды Джевонса следующим образом:

Трудно представить себе как подобное мнение могло оставаться правдоподобным у человека, чей разум так здраво судил о практических вопросах, если даже самые непосредственные последствия были надлежаще поняты[6].

В главе 12 (*Индуктивное или обращённое приложение теории вероятностей*) мы находим предложение Лапласа об обращённом приложении правил теории вероятностей[7], т. е.

$$P(H_i|E) \text{ пропорционально } P(E|H_i)$$

для априорно равновероятных причин H_i. Вертикальный штрих слева означает *следующее из*, а штрих справа – *выведенный из*.

Там же рассмотрено дискретное правило Бейеса в символах и в следующих словах (с. 243):

Если ясно, что либо одна, либо другая из предложенных причин существует, то вероятность, что одна из них существует, есть вероятность того, что событие имеет место, делённая на сумму всех подобных вероятностей.

Следующий параграф этой главы посвящён некоторым простым приложениям метода обращения, в основном из области астрономии. И снова Кейнс возражает, но на этот раз менее серьёзно, против применения Джевонсом принципа метода обращения при научной индукции.

Общую обратную задачу Джевонс (с. 251) формулирует следующим образом:

Пусть событие произошло сколько-то раз и какое-то число раз не произошло. Требуется определить вероятность того, что при тех же условиях оно появится любое заданное число раз в будущем.

В качестве примера он рассматривает шарики и ящик, который приписывает Кондорсе: в урне находится 4 белых и чёрных шариков в любой пропорции. После четырёх тиражей (с возвращением) было извлечено 3 белых шарика. Какова вероятность того, что при последующем извлечении снова появится белый шарик?

Джевонс вначале выводит апостериорные вероятности гипотез о составе шариков в урне, а затем в обычном порядке находит требуемую вероятность. Далее он переходит к общему решению обратной задачи и приводит, правда без вывода, обычные выражения, имеющие место в правиле следования событий. Затем он обобщает задачу на случай более двух возможностей[8]. Так, если из n событий A_1, A_2, …, A_n, A_i произошло r_i раз, то вероятность извлечь A_i при следующем извлечении равна

$$(r_i + 1) \div \sum_{j=1}^{n} (r_j + 1).$$

И далее (с. 258):

Если могут произойти новые события, нам следует приписать единичную вероятность каждому из них.

Так, если появилось одно новое событие, то вероятность последующего извлечения A_i равна

$$(r_i + 1) \div \sum_{j=1}^{n} [1 + (r_j + 1).$$

Джевонс подчёркивает, что при применении метода обращённой вероятности необходимо включать в рассмотрение все дополнительные сведения[9]. Он добавляет, что при первом броске монеты следует принять вероятность 1/2 для каждого исхода, однако появление орла добавит очень слабое опытное свидетельство в пользу склонности подобного исхода.

Это, конечно, соответствует правилу следования событий, но представляется, что после первого броска монету будут всегда

считать временно несимметричной. Джевонс упоминает мысли Бернулли и Муавра об оценке вероятностей будущих событий по прежнему опыту[10], хотя (с. 261) Бейес и Прайс были *несомненно первыми, кто установил строгие правила на этот счёт*. Упомянуты и Кондорсе

И некоторые другие видные математики, а Лаплас довёл решение этой проблемы почти до совершенства.

Рассматривая задачи, в которых выводы лишь вероятны, Джевонс (с. 267) предлагает следующую схему исследования

1. Формулирование гипотезы
2. Вычисление вероятностей различных возможных последствий
3. Сравнение этих последствий с фактами и определение вероятности того, что подобные факты произойдут при этой гипотезе.

За этой разумной схемой[11] следует (с. 267) одно утверждение, которое сразу же обосновывает критику Кейнса:

Процессы, описанные выше, следует производить для каждой мыслимой гипотезы, после чего абсолютная вероятность каждой будет определена по принципу метода следования событий.

Это правило Джевонс (1877, с. 243) описывает

Как то, к которому почти инстинктивно приведёт нас здравый смысл.

Кейнс (1921, гл. 16, § 14) считает это *ошибочным принципом*.

Примечания

1. Биографию Джевонса см. FitzPatrick (1960, с. 53 – 58) и Keynes (1936). А. Д.

2. Zabell (1989b, с. 299) описала работу Джевонса в целом и заметила, что *По правде говоря, у Джевонса мало нового, но, несмотря на его многочисленные слабости, он предлагает ясное и сжатое описание точки зрения Лапласа*. А. Д.

3. При истолковании вероятности Джевонс прямо противоположен Венну. Он следовал Де Моргану, Лапласу и Пуассону, см. Strong (1978, § 6). А. Д.

4. Дальнейшие комментарии см. Keynes (1921, гл. 4, § 4). А. Д.

5. Терро рассматривал следующую задачу (Hailperin 1996, с. 124). Пусть A видел в урне p белых и $(q - p)$ чёрных шариков, а B видел, соответственно, r и $(s - r)$ шариков. По их оценкам вероятности выхода белого шарика равны p/q и r/s. Если же объединить эти оценки, то эта вероятность окажется равной $(p + r):(q + s)$. Он заключает:

Я должен выразить сомнение, действительно ли дробь 1/2 *должна неизменно выражать вероятность события, которое по имеющимся данным не является ни вероятным, ни маловероятным. Более схоже с практикой в других случаях представлять эту вероятность неопределённой дробью* 0/0. *Если это выражение приложить к любой из двух вероятностей в описанной задаче, то останется* $(0 + r):(0 + s) = r/s$. *И это соответствует необходимому выводу разума, который не принимает во внимание первоначальное незнание, раз уж частичное знание привело к определённой вероятности* (Terrot 1857, с. 375).

Аналогичное мнение высказал Буль (Boole 1857/1952, с. 346):

Простое следствие логической теории вероятностей состоит в том, что состояние ожидания, которое сопровождает полное незнание события, надлежаще выражается не дробью 1/2, *а неопределённой формой* 0/0. *Это соответствует замечанию епископа Терро, к которому он пришёл по независимым но, как полагаю, верным основаниям*. […] А. Д.

Терро приложил форму 0/0 не к любой, а только к первой исходной вероятности и фактически отбросил её, что не соответствовало условию задачи. По сути же предложение Терро и Буля забыто, см. Дейл 9, прим. 5. О. Ш.

6. Дейл допустил невообразимую арифметическую ошибку (см. выше), но вот соображение Джевонса неплохо проясняет идею о половинной вероятности как показателя полного незнания. Чуть изменим его довод. *Любое* значение вероятности, меньшее 1/2, можно сочетать с некоторым его значением, превышающим 1/2, и оба вместе приводят к половинной вероятности. О. Ш.

7. Джевонс (1877, с. 240) указывает, что

Вероятность того, что событие связано с определённым условием, полностью зависит от того, что при его наличии событие должно произойти. А. Д.

8. Это обобщение наверное сделали Lubbock & Drinkwater-Bethune (прим. 1830, § 52). А. Д.

9. См. Horwich (1982, с. 122 – 129). А. Д.

В письме 1841 г. Гаусс (*Werke*, Bd. 12, с. 201 – 204) указал, что выводы в приложениях теории вероятностей могут оказаться весьма ошибочными, если они основаны лишь на числах без учёта сути исследуемого явления. О. Ш.

10. Напрасно Дейл не описал эти мысли. О. Ш.

11. Мнение Лапласа о подборе гипотез см. Дейл 6, прим. 7. О. Ш.

VIII/12. Матью Поль Герман Лоран (Дейл 12, с. 413 – 414)

Mathieu Paul Hermann Laurent, *Traité du calcul des probabilités*. Paris, 1873

Его трактат следовало воспринимать как *действительное введение к сочинению Лапласа* (с. ix – x). Он начал с определений и общего комментария, после чего мы находим у него утверждение о *коренной теореме английского геометра Бейеса* (с. 57):

Пусть p_1, p_2, …, p_i, … – вероятности взаимоисключающих причин C_1, C_2, …, C_i, …, приводящих к событию E. Пусть, далее, q_1, q_2, …, q_i, … – вероятности этих причин. Если E произошло при некотором испытании, вероятность w_i того, что это произошло по причине C_i даётся формулой (с. 57)

$$w_i = p_i q_i \div (p_1 q_1 + p_2 q_2 + \ldots + p_i q_i + \ldots).$$

До этого Лоран вскользь точно определил причину (с. 47):

Причиной мы называем событие, появление которого не является безусловным и которое поэтому обладает вероятностью[1]. […]

В разделе *Обратная теорема Бернулли* Лоран предполагает, что событие E, обладающее постоянной, но неизвестной вероятностью, произошло α раз в *s* испытаниях. Тогда (с. 107) *по теореме Бернулли*

$$P(|\, p - \alpha/s \,| < l) = \int_{\alpha/(s-1)}^{\alpha/(s+1)} x^{\alpha}(1-x)^{s-\alpha}\,dx \div \int_{0}^{1} x^{\alpha}(1-x)^{s-\alpha}\,dx.$$

Он также указывает предел этой вероятности[2] при очень малых sl/α и $sl/(s-\alpha)$ порядка $1/\sqrt{s}$

$$P = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^t \exp(-t^2) dt .$$

Следует отметить, что Лоран привёл обширную библиографию основных сочинений по теории вероятностей, опубликованных до того времени.

Примечание

1. Событие могло и не иметь более или менее постоянной вероятности. О. Ш.

2. Появляющаяся величина *t* никак не связана с предыдущим. О. Ш.

VIII/13. Джордж Кристал (Дейл 13, с. 480 – 488)

George Chrystal, On some fundamental principles
in the theory of probability.
Trans. Actuarial Soc. Edinb., vol. 11, pt. 13, 1891, pp. 421 – 439

Следуя за пионерным трудом Венна, Кристал (с. 421) предложил

Выразить математически несколько более чётко сведение правила обращённой вероятности к нелепости.

По поводу *взгляда на вероятность, который укреплялся за последние годы*, поскольку несомненно имелось в виду поддержанную Венном частотную теорию вероятностей, Кристал (с. 422) посчитал, что Лаплас ошибался (если не согрешил) при обосновании вероятности

В конечном счёте, на одном лишь состоянии человеческого разума, а не на опыте в объективном мире.

Такова была точка зрения некоторых последователей Лапласа, особенно Де Моргана[1]. Буль, видимо, пытался освободиться от этой мёртвой хватки[2], но власть прошлого, очевидно, была слишком сильна, и Венну пришлось заполнять этот пробел в теории Лапласа[3].

Кристал (с. 426) определяет вероятность (или шанс) события следующим образом[4].

Пусть после очень большого числа N событие A *произошло в pN случаях, тогда говорят, что вероятность* A *равна p.*

Он (с. 426) подчёркивает, что вероятность

Не является отличительной чертой некоторого события, происходящего при каком-то частном случае[5].

И вот добавленное им предостережение:

Никакие сколь-нибудь ценные сведения о вероятности события не могут быть получены от одного или небольшого числа наблюдений.

Вспоминая шестой и седьмой принципы в *Опыте философии* Лапласа, относящиеся к обращённой вероятности, он

рассматривает следующий пример, также приведённый Лапласом.

Урна содержит два шарика, каждый из которых может быть чёрным или белым. Если два раза подряд из урны извлекли с возвращением белый шарик, то какова вероятность того, что белый шарик снова появится при последующем извлечении?

Кристал обращает внимание на предположение Лапласа о равновероятности обеих возможных гипотез о составе урны и указывает, что оно не является необходимым. Вот решение этой задачи в *Опыте философии* (W_i – результат *i*-го извлечения):

$$P(W_3 \mid W_1, W_2) = \sum_{i=1}^{2} P(H_i \mid W_1, W_2) P(W_3 \mid H_i).$$

Этот результат основан на предположении о том, что при каждом $i = 1, 2$

$$P(W_1, W_2, W_3 \mid H_i) = P(W_1, W_2 \mid H_i) P(W_3 \mid H_i).$$

Ответ: 9/10.

Одним из *величественных результатов этого метода* (Кристал, с. 428) является правило следования событий. Он ссылается и на применение этого правила Лапласом в задаче о восходе Солнца (и сравнивает полученный результат с выводом Бюффона), и на простой пример Крофтона (Crofton 1885, с. 774). Но к этому примеру Кристал относится пренебрежительно[6] и рассматривает несколько задач.

Задача № 1 (с. 429). Мешок содержит три шарика, каждый из которых может быть либо чёрным, либо белым. Определить вероятность извлечения чёрного шарика.

Кристал замечает, что эта задача совершенно неопределённа[7] и предлагает две гипотезы.

А. При большом числе испытаний любые числа белых шариков появляются с одной и той же вероятностью.

Б. При том же условии каждый извлечённый шарик одинаково часто оказывается либо чёрным, либо белым.

[Здесь и в нескольких других местах случайность понимается в ограниченном смысле.]

Тогда возможны четыре состава шариков в урне

0, 3; 1,2; 2,1; 3,0 чёрных и белых шариков

При большом числе испытаний они имели место с относительными частотами

А. 1/4; 1/4; 1/4; 1/4;
Б. 1/8; 3/8; 3/8; 1/8

В обоих случаях искомая вероятность[8] равна 1/2.

Задача № 2 (с. 430). Мешок содержит один белый и два других, каждый из которых может быть либо белым, либо чёрным. Определить вероятность извлечения белого шарика.

Возможные составы урны:

1,2; 2,1; 3,0

при гипотезах

А. Среди шариков неизвестного цвета с равной вероятностью находятся 0, 1 или 2 белого цвета

Б. Каждый шарик в урне с равной вероятностью может быть чёрным или белым

При большом числе испытаний они имели место с относительными частотами

А. 1/3, 1/3, 1/3
Б. 3/7; 3/7; 1/7

Искомая вероятность равна либо 2/3, либо 4/7 соответственно.

Задача № 3 (с. 431). Мешок содержит три шарика. При первом извлечении появился и был возвращён в урну белый шарик. Определить вероятность извлечения белого шарика при следующем извлечении.

Это – Задача № 2 в иной форме.

Задача № 4 (с. 431). Мешок содержит три шарика. Из него извлекли белый шарик. Определить вероятность того, что состав урны таков:

3,0; 2,1; 1,2

Снова требуются некоторые предположения, но Кристал (только сейчас!) считает необходимым пояснить термин *вероятность* (с. 431 – 432):

Дано большое число M мешков. В каждом содержится белый шарик и два других, цвет которых задан или предположен как в гипотезах, сформулированных выше. Определить числа pM, qM, rM тех случаев, при которых появившийся белый шарик был извлечён из урн указанных выше составов[9].

Кристал также подчёркивает, что требуются условные вероятности. При указанных предпосылках

А.1/3, 1/3, 1/3
Б. 1/7, 3/7, 3/7

Кристал устанавливает, что

p, q, r = 3/6, 2/6, 1/6 или 1/4, 2/4, 1/4.

Задача № 5 (с. 432). Мешок содержит три шарика, каждый из которых либо белый, либо чёрный. Два шарика извлекаются один за другим, и первый возвращается в мешок. Определить

вероятность того, что второй шарик белый, если белым был первый.

В соответствии с Задачей № 4 при гипотезах А и Б вероятности равны соответственно 7/9 и 2/3.

Имея в виду эти результаты, Кристал обращается к проверке Крофтоном принципов обращённой вероятности по Лапласу и особенно к следующей задаче (с. 434):

Пусть урна содержит три шарика, белых или чёрных. Извлечён и возвращён в урну белый шарик. Определить вероятность появления белого шарика при втором извлечении.

Решение Крофтона, $\pi_1 = 7/9$, как утверждает Кристал, является решением одного из случаев Задачи 5, а не требуемой задачи, ибо Крофтон

Обманывается, полагая, что решил свою задачу при помощи произвольного утверждения. Он заявил, что вероятность π_1 *есть апостериорная вероятность причины* C_1, *на самом же деле это просто вероятность того, что появившееся событие было вызвано причиной* C_1.

Мы должны согласиться с тем, что выведенная вероятность является условной, но вполне можно спросить, считал ли Крофтон, что определил что-то дополнительно.

Чтобы прояснить нелепость правил обращённой вероятности Кристал (с. 435) рассмотрел следующий пример.

Мешок содержит три шарика, каждый из которых либо белый, либо чёрный, причём все возможные количества белых шариков равновероятны. Сразу извлекаются два шарика, и оба оказываются белыми. Какова вероятность того, что и третий шарик также белый?

Решение Кристала на основе *здравого смысла* таково.

Каждый, знакомый с определением математической вероятности и рассматривающий эту задачу вне зависимости от обращённой вероятности, ни минуты не станет колебаться и скажет, что эта вероятность равна 1/2, *т. е. что третий шарик может с равной вероятностью и белым, и чёрным. Ибо возможны четыре состава* [дальнейшее рассуждение излишне].

Очень странное решение [автор опровергает ненужное добавление Кристала, но не половинную (абсолютную!) вероятность].

Кристал далее предлагает записывать принципы Лапласа [см. выше] в виде

$$P(C_i|E) = P(E|C_i)P(C_i):\Sigma[P(E|C_i)P(C_i)],\ i = 1, 2, \ldots, n,$$

$$\Pi = \Sigma\{[P(E|C_i)^2]P(C_i)\}:\Sigma[P(E|C_i)P(C_i)],\ i = 1, 2, \ldots, n.$$

Здесь П – вероятность второго появления Е сразу же после первого. Никаких исключений не может быть, и можно уверенно считать, что Кристал правильно истолковал Лапласа.

Ещё один пример неразумности обращённой вероятности Кристал (с. 437) усматривает в следующем.

Мешок содержит пять шариков, с равной вероятностью только чёрных или только белых. В мешок добавляется белый шарик и белый же шарик появляется при извлечении из мешка. Определить вероятность того, что все шарики в мешке белые.

В отличие от Whitworth (1867/1878, с. 151), который решил, что искомая вероятность равна 6/7, Кристал (с. 437) полагает, что она всё ещё равна 1/2. Вот его обоснование:

Если очень много раз повторять указанные действия, то примерно в 6/7 *случаях все шарики в мешке окажутся* [будут признаны] *белыми. В этом нет ничего таинственного, но это решение не соответствует поставленной задаче*.

Различие ясно: Кристал определяет абсолютную вероятность, а Уитуорт – условную.

И вот Кристал (с. 438) окончательно опровергает обращённую вероятность:

И с точки зрения здравого смысла, и в соответствии с логикой, оба так наз. закона обращённой вероятности являются бесполезным придатком основных принципов теории вероятностей, если только не противоречат им полностью.

Атака Кристала[10] на обращённую вероятность, которую можно даже назвать резким обличением, не осталась без возражений. Whittaker (1920) рассмотрел задачу Кристала о трёх шариках, но для усиления своего воздействия принял, что в мешке находится 1 000 001 шариков, только белых или только чёрных. Извлечён 1 000 000 шариков, которые оказались белыми. Ясно, что существует преобладающая вероятность того, что оставшийся шарик также белый.

Чтобы опровергнуть Кристала, Уиттекер (с. 167) приводит довод и здравого смысла, и частотный и заявляет, что рассуждения, аналогичные опровергаемым, можно применять в следующем случае (с. 169 – 170):

В урне A *содержится очень большое число белых шариков, и такое же число чёрных. Случайно извлекают n шариков, и, не отмечая их цвета, опускают в урну* B. Из этой урны B *извлекают без возврата* (*n* – *p*) *шариков, и все они оказываются белыми. Какова вероятность того, что при последующем извлечении из B снова появится белый шарик*?

Полагая, что все составы урны B равновероятны, Уиттекер определяет *по формуле Бейеса*, что искомая вероятность равна 1/2. Таким же образом он обычным образом выводит формулу

$$\int_0^1 x^{m+1}(1-x)^n \nu(x)dx \;\div\; \int_0^1 x^m(1-x)^n \nu(x)dx. \qquad (1)$$

Он, однако, истолковал её как вероятность человеку в возрасте *s* умереть до достижения возраста (*s* + 1), если из (*m* + *n*) человек в возрасте *s* до достижения возраста (*s* + 1) умирает (*m* +1). Здесь $\nu(x)$ – вероятность того, что возможность умереть заключена в интервале *x, x* + *dx*. В качестве предельного случая $\nu(x) = 1$, и тогда его формула сводится к

$(m + 1):(m + n + 2)$. (2)

Однако, почти немыслимо, чтобы кто-то не обладал никаким априорным знанием о смертности, и формула (2) *практически бесполезна, а формула* (1) *важна* (с. 169 – 170).

В качестве приближённого выражения Уиттекер считает вполне возможным применять выражение $m:(m + n)$.

При обсуждении статьи Уиттекера J. R. Armstrong [ссылка отсутствует] предположил, что работу Кристала не следует считать лишь атакой на теорию Бейеса – Лапласа. Она скорее преследовала три цели: **1)** Повторение высказанной Венном критики понимания математической статистики как исчисления доверия. **2)** Критика общераспространённого (в то время) истолкования результатов, которые были получены бесцеремонным применением формулы Бейеса. **3)** Протест против неправомерного применения формулы [Бейеса?].

В пункте 1 Армстронг примыкает к Венну и Кристалу. В пункте 3 он замечает, что подобные вдохновляющие задачи можно решать только по теории Бейеса – Лапласа

При помощи абстракции, которая полностью лишает их конкретного содержания (с. 199).

В связи с пунктом 2) Армстронг в основном подчёркивает важность чёткого различия между абсолютной и условной вероятностями.

Последнее обстоятельство подчеркнул также W. L. Thomson, а президент [очевидно Общества актуариев Эдинбурга] A. E. Sprague в заключительном слове указал (с. 202):

Как бывший ученик покойного профессора Кристал, я выступаю очень неуверенно и с глубоким уважением должен к сожалением сказать, что не смог точно выяснить из его статьи, что именно он хотел высказать. Думаю, что его доводы можно критиковать с разных сторон. Сам я полагаю, что орудия Уиттекера намного превзошли артиллерию Кристала и Томсона.

В ответном слове Уиттекер защищал свои возражения против Армстронга и поддержки Кристала Томсоном. Он подчеркнул, что если событие E могло произойти ввиду одной и только одной из причин A_1, A_2, …, то утверждение *Если E произошло, то в результате* A_1, разумеется равнозначно заявлению о существовании A_1.

Сразу же после появления статьи Уиттекера была опубликована работа Govan (1920), которая, впрочем, была зачитана тому же Обществу в 1893 г. Можно думать, что Уиттекер и предложил опубликовать её.

Вначале Гован рассматривал видоизменение задачи о трёх шариках и доказывал, что при большом числе испытаний ответ

действительно должен быть 3/4. Затем он исследовал задачу Кристала о пяти шариках и подтвердил решение Уитуорта (6/7). Более того. он вывел обычную форму правила следования событий $(m + 1):(m + n + 2)$ при выборке из урны с неопределённо большим числом шариков и неизвестным соотношением p белых шариков к чёрным, но распределённых равномерно (?). Он обобщил этот пример на тот случай, при котором перед $(m + n)$ извлечениями с появлением m белых и n чёрных шариков было извлечено m_1 белых и n_1 чёрных шариков. Априорная вероятность p до второй выборки оказывается не dp (?), а

$$\frac{(m_1 + n_1 + 1)!}{m_1!\,n_1!}\, p^{m_1}(1-p)^{n_1}\, dp.$$

Вероятность выхода белого шарика сразу после этого, как и ожидается, равна

$$\frac{m_1 + n_1 + 1}{m_1 + m + n_1 + n + 2}.$$

Гован по существу возразил против большинства, если не всех доводов Кристала. Так, обсуждая Задачу № 2, он критикует предположение гипотезы Б о том, что каждый шарик может быть с равной вероятностью и белым, и чёрным. Он (с. 220) спрашивает:

Можем ли мы предположить это, когда нам говорят, что один шарик белый?

Если предположить, что один шарик белый, а оставшиеся два могут с равной вероятностью быть и белыми, и чёрными, то возможные составы мешка будут иметь место с частостями 1:2:1, а не 3:3:1, как у Кристала. Гован также обобщил эту задачу. Он (с. 223) утверждает:

Коренная ошибка, которая искажает почти любой вывод в статье Кристала, состоит в отрицании того, что (*в классе обсуждаемых задач*) *результат каждого испытания изменяет данные* […]. *Например, в Задаче № 3 в гипотезе* А *в соответствии с данными вначале все четыре возможные составы происходят на равных основаниях. Но результат первого испытания исключает возможность трёх чёрных шариков, хоть Кристал и не признаёт этого, как и того, что* <u>*три белых шарика*</u> *становится более вероятным, чем, скажем,* <u>*один белый и два чёрных*</u>.

Далее Гован (с. 223) переходит к такой общей задаче:

Пусть p – доля белых, а q – доля чёрных шариков ($p + q = 1$) *в урне, которая содержит неопределённо большое число M шариков. Случайно извлекается очень большое число N шариков, которое, однако, незначительно по сравнению с M. Тогда доля белых шариков среди выборки будет равна p.*

Вот его доказательство. В условиях задачи вероятность r белых и $(N - r)$ чёрных шариков в выборке равна

$$C_{pM}^{r} C_{qM}^{N-r} \div C_{M}^{N} = C_{N}^{r} p^{r} q^{N-r}.$$

Это выражение приводится к максимуму при $r = pN$ (примерно), а вероятность вероятнейшего p в выборке равна

$$C_{N}^{pN} p^{pN} q^{qN}.$$

По формуле Стирлинга – Муавра это равно

$$\mathrm{P} = 1 \div \sqrt{2\pi pqN}.$$

Кроме того, вероятность уклонения $\pm x$ в числе извлечённых белых шариков равна

$$\psi(x) = \mathrm{P}\exp(-x^2/2pqN)$$

и ожидание уклонения от вероятнейшего числа белых шариков, pN, будет примерно равно

$$\int_0^{pN} x\psi(x)dx + \int_0^{qN} x\psi(x)dx,$$

что без труда приводится к

$$\sqrt{pqN/2\pi}\,[2 - \exp(-pN/2q) - \exp(-qN/2p)].$$

При больших N это выражение можно считать равным $\sqrt{2pqN/\pi}$. При делении этой величины на N она стремится к нулю при $N \to \infty$, что и утверждается в предложении.

Примечания

1. Уитуорт (1867/1897, с. xii) указывает, что по его мнению и Венн, и Кристал упустили одно обстоятельство: случай есть функция знания, хоть оно и ограниченно и несовершенно. Действительно, он (с. xxvi) называет *упрямой* гипотезу Кристала о том, что вероятность события является его свойством и не зависит от наблюдений. А. Д.

2. См. Boole (1854, гл. 16, § 3). А. Д.

3. Не теория, а определение. О. Ш.

4. Кристал (1904, т. 2, с. 567) повторяет это определение. А. Д.

5. Повторяет и на с. 569. А. Д.

6. Уитуорт (1867/1897, с. xxix) несколько отклоняется от некоторых взглядов Кристала, но согласен с ним в осуждении правила следования событий. А. Д.

7. В комментариях к Makeham (1892) Govan (1920, с. 228) присоединился к этому взгляду. А. Д.

8. Это можно было сказать сразу. О. Ш.

9. Смысл понятия вероятность в лучшем случае пояснён косвенно. О. Ш.

10. Perks (1947, с. 286) назвал это *неудачной атакой*. А. Д.

VIII/14. Иоганн фон Крис (Дейл 14, с. 470 – 472)

Johannes von Kries, *Die Principien der Wahrscheinlichkeitsrechnung. Eine logische Untersuchung.* Freiberg i. B., 1886. Tübingen, 1927

Фон Крис подробно обсуждает субъективную теорию [вероятностей][1]. Мы ограничимся, насколько возможно, тем, что непосредственно относится к нашему предмету. Наши ссылки относятся ко второму изданию книги фон Криса.

Вот его точное определение равновероятных событий (с. 6):

Два или более случая считаются равновозможными, если при нашем существующем знании нет никаких оснований считать один из них более вероятным, чем какой-либо другой.

Здесь ясно видно субъективное обоснование сочинения автора[2], хоть сам он рассматривал его в логическом смысле (с. 6):

Это истолкование мы кратко назовём логическим, а принцип, недостаточного основания[3]*, на котором основано исчисление вероятностей, на первый взгляд представляется вполне удовлетворительным*.

Во второй главе, в § 3, приведён простой пример на правило следования событий: из двух карт одна оказалась чёрной. По Пуассону, вероятность второй карте быть чёрной равна 2/3, хотя можно было простодушно считать её равной 1/2. В примечании фон Крис упоминает, что метод, который он применял, основан на так наз. принципе Бейеса[4].

В гл. 4, § 1, с. 77 находится новое утверждение в пользу субъективного истолкования вероятности:

Каждая вероятность субъективна и является выражением и следствием нашего неточного или неполного знания. Напротив, объективная вероятность есть небылица, contradictio in adjecto (противоречие между определяемым словом и определением).

Следующее замечание появилось в гл. 5 *Виды численной вероятности*. В ней фон Крис исследовал пример с шестью костями, *i*-я кость из которых имеет *i* граней, помеченных знаком + и (6 – *i*) граней – знаком 0. Кость была выбрана случайно и кинута трижды с результатом +, 0, +. Какова вероятность, что эта кость была первой, второй, …?

Он решил задачу обычным путём, применяя (с. 118)

Так наз. принцип Бейеса, который справедливо считается одним из важнейших в теории вероятностей.

Фон Крис привёл и более общее выражение $p_i\alpha_i/\Sigma p_i\alpha_i$, которое применяется для определения *причины наблюдённого события* и описал его как следствие из теоремы Бейеса. Впрочем, он заметил, что приложение принципа Бейеса спорно. В § 5 указан непрерывный аналог приведённого дискретного выражения

$$\int_a^b \varphi(x - x_0)dx \div \int_{-\infty}^{\infty} \varphi(x - x_0)dx.$$

В гл. 6 *Установление и обоснование вероятностных предложений* мы находим утверждение, что если при большом числе ($m + n$) извлечённых из урны шариков m оказались белыми, а n – чёрными, то вероятность появления чёрного шарика при последующем извлечении примерно равна $n/(m + n)$[5].

Этот метод рассуждения называется апостериорным определением вероятности (с. 133).

Сочинение подобного рода было бы, разумеется, неполным без упоминания предшествующих трудов о вероятностях свидетельских показаний, и фон Крис действительно обращается к этой теме в § 12 гл. 9 (*Дальнейшие приложения теории вероятностей*), к *возможно самой примечательной* из всех применений вероятности (с. 253). Он утверждает, что Лаплас и Пуассон вывели свои результаты, исходя из ошибочных предположений. Мы лишь заметим, что отсутствие независимости фон Крис считает серьёзным препятствием.

Последняя, десятая глава посвящена истории теории вероятностей. Он комментирует аналогию между *несколько трудно постигаемым* (с. 267) определением вероятности у Бейеса и тем, которое на столетие раньше привёл Гюйгенс в 1657 г. Вот первое предложение Гюйгенса[6]:

Если я имею равные шансы получить a и b, то значение моего ожидания равно **(***a + b)*/2. […]

В этой же главе есть и другая ссылка на Бейеса (с. 277), в которой фон Крис вводит объективную вероятность:

По правилу, установленному Бейесом, до опыта принимают, что все значения (*объективной*) *вероятности равновероятны*.

Как только введены равновероятные случаи, это правило становится методом, который можно применять без дальнейшего обдумывания. Так, если в n испытаниях произошло m исходов, то можно установить вероятность того, что вероятность подобного результата заключена в пределах $[(m/n) - \delta, (m/n) + \delta]$. Она, эта вероятность, вполне может быть высока даже при достаточно малых δ.

Более того, можно с некоторой точностью определять любую вероятность, в частности, чтобы устанавливать вероятность того, что

При появлении некоторого числа новых случаев упомянутая относительная частота оказывалась в каких-то границах (с. 278).

Примечания

1. К этой книге до сих пор относятся одобрительно: […] А. Д.

Для своего времени она считалась лучшим философским сочинением о вероятности (von Plato 1994, с. 169).

Одна из первых попыток в Германии преодолеть недостатки классического сочинения Лапласа (Kamlah 1983, с. 240).

Он же (1987, с. 110): *Самая разумная и умудрённая книга о вероятности в Германии до первой мировой войны*. А. Д.

Первое утверждение Kamlah не расшифровано. О. Ш.

2. […] von Plato (1994) считает, что автор был одним из первых, кто ввёл мысль об объективной вероятности, будучи побуждён статистической физикой, а Kamlah (1987) заявляет, что утверждения автора о вероятностях можно понимать как логическое истолкование определённого вида вероятностей. До этого он (1983, с. 243) заявил, что

Для фон Криса вероятность это мера ожидания события, но не ожидания при определённом знании. Она скорее мера обоснованного ожидания события при определённых условиях. А. Л.

В двух случаях нет точных ссылок. По крайней мере в очерке Дейла статистическая физика не упоминалась фон Крисом, Впрочем, ниже мы упоминаем подходящую статью фон Криса. О. Ш.

3. Венн (Дейл 10, начало очерка) упоминал принцип *достаточного обоснования*. Новое название надолго укоренилось. Keynes (1921; eBook 2014, No. 32265, с. 44) назвал его принципом безразличия. О. Ш.

4. Нет ни ссылки, ни пояснения. О. Ш.

5. Какая же выборка рассматривалась, с возвращением или без? О. Ш.

6. В этом предложении вероятность не упоминалась. О. Ш.

Упомянем две статьи фон Криса

1888, Über den Begriff der objektiven Möglichkeit und einige Anwendungen derselben. *Vierteljahresschrift f. wiss. Philos.*, Bd. 12, pp. 180 – 240.

1919, Über Wahrscheinlichkeitsrechnung und ihre Anwendung in der Physik. *Naturwissenschaften*, Bd. 7, pp. 2 – 7, 17 – 23.

Библиография

Шейнин О. Б., Sheynin O. (1969), О работе Бейеса по теории вероятностей. *12-я конф. аспирантов и мл. научн. сотр. Инст. истории естествознания и техники*, секция истории мат. и мех., с. 40 – 57.

--- (2006), Th. Porter, *Karl Pearson*. Princeton – Oxford. Рецензия: *Hist. Scientiarum*, vol. 16, pp. 206 – 209.

--- (2011), Обратный закон больших чисел. *Историко-математические исследования*, вып. 14 (49), с. 212 – 219.

--- (2013), *Теория вероятностей. Исторический очерк*. Берлин. **S, G,** 11.

Boole G. (1854), *Investigation of the Laws of Thought.* New York, 1958.

--- (1857), On the application of the theory of probabilities to the […] combination of testimonies or judgements. Boole (1952, pp. 308 – 385).

--- (1952), *Coll. Logical Works*, vol. 1. La Salle, Illinois.

Booth J., редактор (1865), *Epigrams* etc. London.

Buffon G. L. L., опубликовано анонимно (1733), Géomètrie. *Hist. Acad. Roy. Sci. avec les Mém. Math. et Phys.*, с. 43 – 45 в *Histoire*. **S, G,** 16.

--- (1777), Essai d'arithmétique morale. *Oeuvr. Philosophiques*. Paris, 1954, pp. 456 – 488. Редакторы J. Piveteau и др. Частичный русский перевод там же.

Cajori F. (1919), *History of Conceptions of Limits and Fluxions in Great Britain from Newton to Woodhouse*. Chicago – London.

Chrystal G. (1891), On some fundamental principles in the theory of probabilities. *Trans. Actuarial Soc. Edinb.*, vol. 11, pt. 13, pp. 421 – 439.

--- (1904), *Algebra*. Пятое издание. London.

Condorcet M. J.A. N. Caritat (1781, 1781, 1782, 1783, 1783, 1784), Mémoire sur le calcul des probabilités, в шести частях. *Hist. Acad. Roy. Sci*.

--- (1785), *Essai sur l'application de l'analyse à la probabilité des décisions* etc. New York, 1972.

Coolidge J. L. (1949), *Mathematics of Great Amateurs*. Oxford, 1990.

Crofton M. W. (1885), Probability. *Enc. Brit*., ninth edition, vol. 19,

pp. 768 – 788.

De Moivre A. (1712, латин), De mensura sortis or the measurement of chance. *Intern. Stat. Rev*., vol. 52, 1984, pp. 236 – 262. Комментарий (A. Hald): pp. 229 – 236. **S, G,** 19.

--- (1718), *Doctrine of Chances*. London, 1738, 1756. Перепечатка последнего издания: New York, 1967. Перевод Предисловия, Введения и Посвящения Ньютону: **S, G,** 14.

Dinges H. (1983), Gedanken zum Aufsatz der Rev. Th. Bayes. *Math. Semesterber*., Bd. 30, No. 1, pp. 61 – 105.

Donkin W. F. (1851), On certain questions relating to the theory of probabilities. *Lond., Edinb., Dublin Phil. Mag.*, ser. 4, vol. 1, pp. 353 – 368, 458 – 466; vol. 2, pp. 55 – 60.

Double F. J., Dulong P. L., Larrey F. H., Poisson S. D. (1835, франц.), Рецензия на медицинскую рукопись. *C. r. Acad. Sci. Paris*, t. 1, pp. 167 – 177.

Edgeworth F. Y. (1884a), A priori probabilities. *Lond., Edinb., Dublin Phil. Mag.*, ser. 5, vol. 18, pp. 204 – 210. Перепечатка: Edgeworth (1996, vol. 1, pp. 29 – 35).

--- (1884b), Philosophy of chance. *Mind*, vol. 9, pp. 223 – 235. Перепечатка: Edgeworth (1996, vol. 1, pp. 6 – 18).

--- (1996), *Writings in Probability, Statistics and Economics*, vols 1 – 3. Cheltenham. Редактор C. R. McCann Jr.

Fisher R. A. (1921), On the mathematical foundation of theoretical statistics. *Phil. Trans. Roy. Soc.*, vol. A222, pp. 309 – 368.

--- (1956), *Statistical Methods and Statistical Inference*. Перепечатано с отдельной пагинацией в книге автора *Stat. Methods, Experimental Design and Scient. Inference*. Oxford, 1990.

FitzPatrick J. (1960), Leading British statisticians of the 19th century. *J. Amer. Stat. Assoc.*, vol. 55, pp. 38 – 70. Перепечатка: Kendall M. G., Plackett R. L., редакторы, *Studies in the History of Stat. and Probability*. London, 1977, pp. 180 – 212.

Gillies D. A. (1987), Was Bayes a Bayesian? *Hist. Math.*, vol. 14, pp. 325 – 346.

Gouraud C. (1848), *Histoire du calcul des probabilités* etc. Paris.

Govan J. (1920),The theory of inverse probability etc. *Trans. Faculty Actuaries*, vol. 8, pt. 6, pp. 207 – 230.

Hailperin T. (1996), *Sentential Probability Logic.* Bethlehem.

Holland J. D. (1968), The Reverend Thomas Bayes. *J. Roy. Stat. Soc*., vol. A125, pp. 451 – 461.

Horwich P. (1982), *Probability and Evidence*. Cambridge.

Hume D. (1739), *Treatise of Human Nature*, vols. 1 – 2. London, 1964. *Трактат о человеческой природе*. В *Сочинениях* автора, т. 1 – 2. М., 1965.

--- (1748), *Enquiry concerning Human Understanding*.

Jaynes E. T. (1976), Confidence intervals vs Bayesian intervals. В книге Harper W. L., Hooker C. A., редакторы, *Foundations of Probability Theory* etc., vol. 2. Dordrecht, pp. 175 – 257, с обсуждением.

Jevons W. S., **У. С. Джевонс** (1877), *Principles of Science*. London, 1879. *Основы науки*. СПБ, 1881.

Kamlah A. (1983), Probability as a quasi-theoretical concept: J. v. Kries' sophisticated account etc. *Erkentnis*, Bd. 19, pp. 239 – 251.

--- (1987), The decline of the Laplacean theory of probability. A study of Stumpf, von Kries and Meinong. В книге Krüger L. et al, редакторы, *Probabilistic Revolution*, vol. 1. Cambridge (Mass.) – London, pp. 91 – 116.

Keynes J. M. (1921), *Treatise on Probability*. *Coll. Writings*, vol. 8. London, 1973. eBook 2014, No. 32265.

--- (1936), W. S. Jevons etc. *J. Roy. Stat. Soc*., vol. 99, pp. 516 – 555.

Kries von J. (1888), *Pincipien der Wahrscheinlichkeitsrechnung*. Tübingen, 1927.

Kruskal W. (1988), Miracles and statistics. *J. Amer. Stat. Assoc.*, vol. 83, pp. 929 – 946.

Laplace P. S. (1814, франц.), Опыт философии теории вероятностей. В книге Ю. В. Прохоров (1999), *Вероятность и мат. статистика. Энциклопедия*. М., с. 834 – 863.

Lidstone G. J. (1920), Note on the general case of the Bayes – Laplace formula etc. *Trans. Faculty Actuaries*, vol. 8, pt. 6, pp. 182 – 192.

Lubbock J. W., Drinkwater Bethune J. E. (ca. 1830), *On Probability*. London.

McKenzie D. A. (1981), *Statistics in Britain, 1865 – 1930*. Edinburgh.

Makeham W. M. (1892), On the theory of inverse probability. *J. Inst. Actuaries*, vol. 20, pp. 242 – 251, 444 – 459.

Mill J. C., Дж. С. Милль (1843, англ.), *Система логики*. М., 2011.

Pearson K. (1920), Fundamental problem of practical statistics. *Biometrika*, vol. 13, pp. 1 – 16.

--- (1925), James Bernoulli's theorem. *Biometrika*, vol. 17, pp. 201 – 210.

--- (1928), On a method o ascertaining limits to the actual number of marked members in a population of given size from a sample. *Biometrika*, vol. 20, pp. 149 – 174.

--- (1978), *History of Statistics in the 17th and 18th Centuries* etc. Лекции 1921 – 1933. Редактор E. S. Pearson. London.

Perks W. (1947), Some observations on inverse probability etc. *J. Inst. Actuaries*, vol. 73, pp. 285 – 334.

Plato von J. (1994), *Creating Modern Probability*. Cambridge.

Poisson S. D. (1837), *Recherches sur la probabilité des jugements* etc. Paris, 2003. **S, G,** 52.

Porter T. (1986), *Rise of Statistical Thinking, 1820 – 1900*. Princeton.

Roger J. (1978), Buffon and mathematics. В книге Miles R. E., Serra J., редакторы, *Geometric Probability and Biological Structures*. New York, pp. 29 – 35.

Salmon W. C. (1980), *Foundations of Statistical Inference*. Pittsburgh.

Shafer G. (1982), Bayes's two arguments for the rule of conditioning. *Annals Stat.*, vol. 10, pp. 1075 – 1089.

Sloan P. R. (1994), Buffon studies today. *Hist. of Science*, vol. 32, pp. 469 – 477.

Sobel J. H. (1987), On the evidence of testimony for miracles. *Phil. Quarterly*, vol. 37, pp. 166 – 186.

Strong J. W. (1978), J. S. Mill, J. Herschel and the probability of causes. *Proc. 1978 Biennial Meeting Phil. of Science Assoc*., vol. 1. P. D. Asquith, I. Hacking, редакторы, East Lancing, Mich. Номера страниц не указаны.

Taylor E. G. R. (1966), *Mathematical Practitioners of Hanoverian England, 1714 – 1840*. Cambridge.

Terrot C. H. (1857), On the possibility of combining two or more probabilities of the same event etc. *Trans. Roy. Soc. Edinb*., vol. 21, pp. 369 – 376.

Thomas R. (1924), *Richard Price. Philosopher and Apostle of Liberty*. Oxford.

Todhunter I. (1865), *History of the Mathematical Theory of Probability*. New York, 1949, 1965.

Venn J. (1866), *Logic of Chance*. London. NewYork, 1962.

Wilbraham H. (1854), On the theory of chances developed in Boole's *Laws of Thought. Lond., Edinb., Dublin Phil. Mag.*, ser. 4, No. 48, Suppl. to vol. 7, pp. 465 – 476. В книге Boole (1952, pp. 473 – 486).

Williamson B. (1896), *Elementary Treatise on the Integral Calculus*.

Whittaker E. T. (1920), On some disputed questions of probability, with discussion. *Trans. Faculty Actuaries*, vol. 8, pt. 6, pp. 163 – 206.

Whitworth W. A. (1867), *Choice and Chance*. New York, 1959, перепечатка издания 1901.

--- (1897), *DCC Exercises*. Cambridge, 1945.

Zabell S. (1988a), Buffon, Price and Laplace etc. *Arch. Hist. Ex. Sci.*, vol. 39, pp. 173 – 181.

--- (1988b), Probabilistic analysis of testimony. *J, Stat. Planning and Inference*, vol. 20, pp. 327 – 354.

--- (1989a), Fisher on the history of inverse probability. *Stat. Science*, vol. 4, pp. 247 – 263.

--- (1989b), The rule of succession. *Erkentnis*, Bd. 31, pp. 283 – 321.

IX

М. У. Крофтон

О средних значениях и вероятности

Crofton M. G. On mean value and probability. В книге B. Williamson *Elementary Treatise on the Integral Calculus*. New York, 1877, pp. 298 – 340.

Крофтон добавил главу под указанным названием в это второе издание 1877 г. книги Уиллиамсона. Его глава по существу является сборником задач и явно недостаточными общетеоретическими сведениями. Хуже, эти сведения сообщаются только в общем контексте.

В первой части главы Крофтон рассматривает средние значения. Вот задача (с. 300), которая разъясняет суть его рассуждений: Число n делится случайно на две части. Каково среднее значение произведения этих частей? Ответ:

$$M = \frac{1}{n}\int_0^n x(n-x)dx = n^2/6.$$

Только на с. 316 Крофтон замечает, что случайность не обязательно является равномерной.

Также на с. 300: Найти среднее расстояние между двумя случайными точками на окружности радиуса r. Ответ:

$$M = \frac{1}{\pi/2}\int_0^{\pi/2} 2r\cos\theta d\theta = 4r/\pi.$$

Здесь θ был некоторый параметр текущей точки.

Там же, на с. 300, отыскивались средние действительные значения корней квадратного уравнения

$$x^2 - ax + b = 0$$

с положительным детерминантом $a^2 - 4b$, и $b > 0$. Свободный член поэтому находился в интервале $(0, a^2/4)$ и среднее значение большего корня оказалось равным $5a/6$.

Далее Крофтон рассматривает задачи на функцию двух переменных $z = \varphi(x, y)$, которая молчаливо считается интегрируемой.

С. 301. Определить среднее значение z в заданной области. Ответ:

$$M = \frac{\iint \varphi(x, y)dxdy}{\iint dxdy}.$$

Вместо интегрирования было возможно геометрическое решение. Крофтон особо отмечает подобную возможность, но она ограничена: интеграл должен появиться при исследовании подобной задачи.

Вот ещё несколько задач. С. 311. Внутри треугольника выбраны три случайные точки. Какова средняя площадь треугольника, который они образуют? Ответ: 1/12 площади исходного треугольника.

С. 315. Знаменитая задача (игла Бюффона). Крофтон называет ей первой задачей на *локальные вероятности*. Этот термин был какое-то время в ходу, но не прижился. Его второе замечание: трудно обеспечить случайное падение иглы.

Далее Крофтон формально (а не только фактически, как выше) вводит *кривую частоты* и в качестве одного из примеров рассматривает логарифмическую функцию – log *x*.

Одна из его задач напоминает классическую задачу Бертрана о длине случайной хорды (с. 325): даны две случайные точки в шаре радиуса *r*. Определить вероятность того, что расстояние между ними меньше *c*. Ответ:

$$P = \frac{c^3}{r^3} - \frac{9c^4}{16r^4} + \frac{c^6}{32r^6}.$$

Вариант: точки находятся в круге. Крофтон вывел более сложное выражение, опять же в функции дроби *c/r*.

В заключение мы выделили две более обычные задачи.

С. 322. В ($m + n$) испытаниях исследуемое событие произошло m раз. Какова вероятность событию произойти p раз в ($p + q$) последующих испытаниях? Ответ:

$$P = \frac{(p+q)!(m+p)!(n+q)!(m+n+1)!}{p!q!m!n!(m+n+p+q+1)!}.$$

Мы не нашли этой естественной задачи у других авторов, но Чебышев в своих *Лекциях* (1879 – 1889/1936) исследовал вероятность абсолютной разности ($m/n – p/q$). Марков (1914) решил ту же задачу, возможно забыв о неопубликованном исследовании своего учителя и не сославшись на него.

Вторая задача (с. 323). Погрешности измерения величин A и B с равной вероятностью принимают все значения в заданном интервале. Какова вероятность погрешности в сумме (A +B)?

В примечании на этой же странице неверно замечено, что в теории ошибок доказано, что погрешности измерений следуют нормальному распределению. Этого термина, впрочем, нет.

Seneta и др. (2001) описали исследования нескольких авторов в области геометрических вероятностей, которые привели к появлению интегральной геометрии, а Амбарцумян (1999) указал на связь задач на геометрическую вероятность и интегральной геометрии со стохастической геометрией. Первые авторы описали все надлежащие сочинения Крофтона кроме описанного нами выше.

Библиография

Амбарцумян Р. В. (1999), Стохастическая геометрия. В книге Ю. В. Прохоров, *Вероятность и математическая статистика. Энциклопедия.* М., с. 682.

Марков А. А. (1914), О вероятности a posteriori. Вторая заметка. *Сообщ. Харьковск. математич. общ.* 2-я серия, т. 14, № 3, с. 105 – 112.

Чебышев П. Л. (1879 – 1880/1936), *Теория вероятностей*. М. – Л.

Seneta E., K. H. Parshall, F. Jongmans (2001), Nineteenth-century developments in geometric probability: J. J. Sylvester, M. W. Crofton, J.-E. Barbier and J. Bertrand. *Arch. Hist. Ex. Sci*., vol. 55, pp. 501 – 524.

X

Уильям Р. Шеа

William R. Shea, рецензия: Antonello La Vergatta,
***Colpa di Darwin*? Turin, 2009.**
***Arch. Intern. des sciences*, t. 60, No. 163, 2010, pp. 227 – 229**

В 2009 г. отмечалась 150-я годовщина издания *Происхождения видов* Дарвина, и интересно сопоставить нынешнее празднование с тем, которое имело место в 1959 г. В то время тон был ликующим. Книги и статьи для общественности оказались коммерчески успешными. Научные общества ознаменовали юбилей конференциями основателей генетики населения и современного синтеза дарвинизма. Джулиан Хаксли и Джордж Гейлорд Симпсон стали самыми известными научными авторитетами, были проданы миллионы экземпляров их книг. То была вершина их популярности. Сочиняя свои произведения для широкой публики, они вышли за формальные рамки науки, чтобы выявить скрытое значение современного неодарвинизма для индивидуальной этики, общества и традиционной религии. Их послания были полностью естественноисторическими, выдержанными в триумфальном тоне и обращённые к авторитету науки.

Это означало, что общественные разногласия о дарвинизме продолжатся в современном понимании. В 2009 г. мир ликовал меньше, но проблемы не исчезли, и народ счёл Дарвина ответственным за расизм, евгенику и даже войны. В рецензируемой книге ведущий итальянский историк науки предлагает тщательно и хорошо написанную оценку этих обвинений.

Дарвина часто обвиняют за идеи, выдвинутые его двоюродным братом, Френсисом Гальтоном, который полагал, что некоторые рождаются умными, другие – глупыми, и что корни этих качеств глубоко скрыты в родословных. К этой мысли он пришёл по личному опыту, расовой предубеждённости и по тому, что он полагал своей собственной наследственной гениальностью.

Частично основываясь на своём опыте в Африке, Гальтон считал, что в среднем негры по природе уступают белым и в разуме, и в других наследственных чертах, подходящих цивилизованной жизни. Другие расы, также отличные от белых, были, как он решил, ненамного лучше негров, а некоторые даже хуже. Гальтон заявил, что воздействие окружающей среды не может объяснить этих расовых отличий. Чёрные в Европе или выросшие в белых семьях во многом остаются схожими со своими дикими предками, тогда как белые, живущие в Африке, сохраняют своё цивилизованное превосходство. Здесь Гальтон ссылается на сообщения белых, которые убедили его, что отдельные лица не могут приобрести наследственные качества питанием или иными факторами окружающей среды[1]. Схожие рассуждения он применил по отношению к тем, кого считал выше или ниже в своей собственной расе, что соответствовало его априорному

пренебрежительному отношению к благотворительным программам, которые были направлены на подъём низшего класса.

Чтение *Происхождения видов* и его верное или неверное истолкование придало видимое научное обоснование его взглядам на общество. Будучи зрелых лет, он пустился в научную карьеру, чтобы обосновать эти взгляды. Удивительно, что он сумел сделать открытия продолжительной значимости. Один из последних английских учёных, не связанных с каким-либо научным учреждением, он содействовал созданию основ современной науки генетики и такой же современной псевдонауки евгеники[2]. В середине XIX в. почти все натуралисты включая Дарвина восприняли наследственность как смесь, так что дети, как считалось, выказывали смесь черт своих родителей. Большинство натуралистов также утверждало, что по крайней мере некоторые черты, приобретённые отдельными индивидуумами в течение жизни, переходят к их потомству. Дарвин стал полагать, что приобретённые характеристики и другие изменения в наследственном материале родителей, внесённые окружающей средой, являются важным источником приобретённых вариаций, которые усиливали процесс эволюции.

Не будучи обученным натуралистом, Гальтон отвергнул обе идеи и заложил основы для их последующего ниспровержения. Эти и последующие события чётко резюмированы и критически оценены в рецензируемой книге.

Основное проницательное понятие Гальтона, над которым он трудился во многих книгах и статьях, было понятие устойчивой (hard) наследственности, которая не может изменяться в течение жизни, в противоположность мягкой, или наследственно приобретаемой характеристики. В самой ранней опубликованной работе о наследственности Гальтон (1865) риторически спросил:

Родятся ли наши дети с более достойными нравами, если мы сами приобрели достойные привычки? Или мы только бездеятельные передатчики полученной нами природы, которую мы не можем изменить?

Он полагал, что верными были ответы *Нет* и *Да*. Отыскивая материальную основу для этой наследственной информации, Гальтон захватил дарвиновскую теорию геммул и применил её для своей цели. Для Дарвина геммулы представляли собой невидимые крохотные частички наследственной информации, собираемые со всех частей обоих родителей и передаваемые при размножении потомству. Новые наследственные вариации происходили от изменений, вызванных окружающей средой и передаваемые родителям или в геммулах [в оригинале грамматически неверно changes gemmules].

Характерная для Гальтона беспорядочная смесь революционной проницательности и реакционной идеологии воодушевила учёных и псевдоучёных. В Германии зоолог Август Вейсман подхватил устойчивую наследственность вначале независимо от Гальтона[3], но впоследствии всё более ссылался на него. В Англии математик Пирсон и морской зоолог Уэлдон перенесли гальтоновский статистический

анализ накопленного во времени воздействия нормальных вариаций на сообщества, и это направление стало известно как биометрическое[4]. В то же время другой основной английский последователь Гальтона, Бейтсон, отстаивал роль мутаций[5] в усилении процесса эволюции и заявил, что нормальная вариация никуда не ведёт. Пирсон и Бейтсон сильно сталкивались по поводу хода эволюции под влиянием непрерывных или прерывистых вариаций, но оба поддерживали идею Гальтона об устойчивой наследственности.

Тема нынешней дискуссии сосредоточена вокруг книги Wilson (1975). Он предполагает, что этику следует *временно изъять из рук философов и изучать её биологически*. Это было смелым требованием от науки, предположительно обузданной крайностями социального дарвинизма, евгеникой и нацистской расовой теорией. Уилсон не утверждал, что природа целиком формирует поведение человека, но явно пытался вернуть маятник назад из положения об исключительном значении выращивания [возможный перевод: питания], которое восприняло наибольшее число социологов в середине XX в. Они представляли культуру[6] бесконечно податливой в сторону добра или зла, тогда как Уилсон заявил, что *гены удерживают культуру на поводке*.

Реакция последовала незамедлительно. Погружённые в изучение влияния окружающей среды, многие социологи и гуманитарии горячо оспаривали утверждения Уилсона и во время научного сообщения протестующие даже облили его ледяной водой. Препирательства продолжались в нынешнем веке, и рецензируемая книга является прекрасным средством для изучения сути спорных вопросов, равно как и для решительного подхода к соответствующим этическим проблемам.

Примечания

1. Следовало бы сообщить о современном понимании этой проблемы и о псевдо-учении Лысенко. Российских учёных (к которым мы никак не причисляем Лысенко) автор не упоминает.

2. Это решительное мнение неверно. С самого начала она как бы расщепилась на положительную (поощрение размножения лучших) и отрицательную (затруднения в размножении *худших*) ветви, и против первой трудно возразить что-либо. Многие проблемы евгеники решаются в рамках генетики человека, а развитие этой науки и репродуктивной технологии привели к подъёму евгеники после её полного пренебрежения в результате нацистских зверств. Заметим ещё, что евгеникой занимался Фишер, крупный учёный с безукоризненной научной репутацией.

И вот суждение о Гальтоне (Johansen 1922/1929, с. 355): его

Теория наследственности была полностью ошибочна.

3. От кого же Вейсман смог *подхватить* это понятие?

4. *Нормальными* автор, видимо, называет вариации, которые изучал Дарвин и обосновывал ими свою теорию (точнее, гипотезу) эволюции видов. Биометрию Пирсон и его коллеги понимали как дисциплину, переводящую статистику в научное русло со многими приложениями, в первую очередь к биологии.

5. О роли мутаций см., например, De Vries (1905).

6. Следовало указать, что именно понимал Уилсон и его противники под культурой.

Библиография

De Vries H. (1905), The evidence of evolution. *Annual Rept Smithsonian Institution* for 1904, pp. 389 – 396. **S, G,** 44.

Galton F. (1865), Hereditary characters and talent. *Macmillan's Mag.*, vol. 12, pp. 157 – 166.

Johansen W. (1922), Biology and statistics. *Nordic Stat. J.*, vol. 1, 1929, pp. 351 – 361. **S, G.** 44.

Wilson E. O. (1975), *Sociobiology: a New Synthesis*. Harvard Univ. Press. Последующее издание: 2000.

XI

Я. Д. Мордух

О связанных испытаниях, отвечающих условию стохастической коммутативности (отрывки)

Тр. русских учёных за границей, т. 2. Берлин, 1923, с. 102 – 125

Предисловие составителя

Эта серьёзная статья мало известна, хотя её высоко оценил Сенита (Seneta 1987, с. 246, 253 – 255) в связи с исследованием понятия переставляемости (последующий термин). Статью мы перевели на английский (**S, G,** 6), напечатав при этом большое число сложных формул. Текст перевода в системе Ворт мы не сохранили, и вновь напечатать эти формулы не берёмся, перепечатываем лишь небольшие отрывки.

Мы также опубликовали 11 писем Мордуха 1920 – 1924 гг. Чупрову (Чупров 2009a). Некоторые из них сохранились не полностью, часть явно пропала, ответных писем Чупрова нет, и мы можем только сказать, что и они свидетельствуют о глубоких математических знаниях Мордуха, о чём Чупров несколько раз упоминал в своих письмах другим корреспондентам (Шейнин 1990/2010).

В § 10 автор существенно критикует Лексиса. К его многочисленным ссылкам на Чупрова (не все они были упомянуты в приведённых отрывках) мы добавим подходящее письмо Чупрова (2009b) 1921 г. К. Н. Гулькевичу, видному российскому дипломату, невозвращенцу и помощнику Ф. Нансена в Лиге наций:

Лексисова теория устойчивости статистических чисел […] *в значительной степени покоится на недоразумении*.

Неясно, почему Чупров не заявил этого уже в 1914 г. (Шейнин 2013, § 16.1.3).

Почти ничего не известно о самом Мордухе, и мы сообщим то, что удалось выяснить в 2000 г. от Андерса Моландера, сотрудника упсальского университетского архива, и в источнике www.amitys.com/phpGedview/individual.php?. Отчество Мордуха известно из его Письма № 4 Чупрову: он упомянул в нём имя и отчество своей сестры.

Яков Давидович Мордух родился в Петербурге 4 июля 1895 г., умер в Англии в 1950 г. В январе 1919 г. поступил в Упсальский университет, очевидно на философский факультет, окончил его 14 сентября 1921 г. бакалавром искусств. Из писем Чупрова, которые хранятся в указанном университете, в архиве

Борткевича, известно, что в 1921 г. Мордух перебрался в Дрезден и *занимался* с Чупровым и что в 1925 г. он жил в Хельсинки. Устроиться на подходящую работу он не смог, и кроме статьи 1923 г. ничего не опубликовал. Его талант почти пропал …

Чупров А. А. (2009a), *Архивные материалы, газетные и журнальные публикации*. Берлин. **S, G,** 35.

--- (2009b), *Письма К. Н. Гулькевичу 1919 – 1921*. Составители К. Виттих, Г. Кратц, О. Б. Шейнин. Берлин. **S, G,** 28.

Шейнин О. Б. (1990), *А. А. Чупров. Жизнь, творчество, переписка*. Берлин, 2010.

--- (2013), *Теория вероятностей. Исторический очерк.* Берлин. **S, G,** 11.

Seneta E. (1987), Chuprov on finite exchangeability, expectation of ratios and measures of association. *Hist. Math.*, vol. 14, pp. 243 – 257.

Отрывки из статьи Я. Д. Мордуха

С. 102 – 104. § 1. В ряду построений математической теории вероятностей, привлекаемых к обоснованию теории приёмов статистического исследования, две схемы выступают с притязанием на право почитаться краеугольным камнем возводимого здания: схема независимых испытаний, иллюстрируемая обычно на случае извлечения шаров из урны с возвращением вынутого шара обратно в урну перед новыми извлечением, и схема зависимых испытаний, отвечающая случаю, когда вынутый шар обратно в урну не возвращается.

В более общей формулировке, к которой примыкает последующее, речь ведётся о схемах возвращаемого и невозвращаемого билета. Предположим, что в закрытой урне находится S билетов, из которых s_1 помечено числом $x^{(1)}$, s_2 – числом $x^{(2)}$, …, s_k – числом $x^{(k)}$, Предположим, далее, что из урны вынимается N билетов. Если вынувшийся при извлечении билет, после того как записано помеченное на нём число, бросается обратно в урну ранее, чем производится следующее извлечение, то мы имеем дело со схемой возвращаемого билета. В противном случае мы говорим о схеме невозвращаемого билета.

Переход от схемы невозвращаемого билета и устанавливаемых для неё формул к схеме билета возвращаемого и характеризующим её формулам не представляет, как известно, трудности. Формально схема возвращаемого билета может рассматриваться как предельный случай схемы билета невозвращаемого: чем больше число билетов в урне S, тем слабее связь между отдельными испытаниями, так что в пределе при $S = \infty$ (и конечном числе N испытаний), схема зависимых испытаний переходит в схему испытаний независимых.

Пусть, например, в урне находится s белых и столько же чёрных шаров. Вероятность вынуть при двух последовательных извлечениях сначала белый, а потом чёрный шар будет равна

В случае схемы возвращаемого шара $P = 1/2 \cdot 1/2 = 1/4$

В случае схемы невозвращаемого шара $P_s = (s/2s)(s/(2s - 1)$ $=1/2[1/(2 - 1/s]$

и мы находим, что $P = \lim P_s$, $s = \infty$.

Такой вывод формул для схемы возвращаемого билета не представляет, однако, особого интереса, ибо задача установления формул для схемы невозвращаемого билета является значительно более сложной математически. Напротив, представляло бы известную выгоду, если бы имелась возможность обратного перехода от формул, установленных для схемы возвращаемого билета, к более сложным соотношениям, имеющим силу при схеме билета невозвращаемого. Задача эта в литературе по-видимому не ставилась. Между тем, она допускает весьма простое решение, представляющее интерес не только с точки зрения упрощения выкладок при выводе формул, относящихся к схеме невозвращаемого билета, но и приводящее к любопытным теоретическим построениям.

§ 2. Над случайной переменной x, могущей принимать значения $x^{(1)}, x^{(2)}, \ldots, x^{(k)}$, с соответствующими вероятностями $p_1, p_2, \ldots, p_k$ производится N испытаний, причём закон распределения значений переменной остаётся всё время неизменным. Рассматривая производимые над переменной x испытания как одно целое, мы будем называть их *системой*, если отдельные испытания стоят в той или иной зависимости друг от друга; и *совокупностью*, если все испытания взаимно независимы.

Через $x_1, x_2, \ldots, x_N$ обозначим случайные эмпирические значения переменной x, принимаемые ей при первом, втором, …, N-м испытаниях. Через Ex обозначим математическое ожидание случайной переменной x и через

$$Ex_1^{h_1} x_2^{h_2} \ldots x_N^{h_N} \qquad (1)$$

математическое ожидание [соответствующего] произведения. Параметров, с помощью которых могла бы быть характеризована связь между испытаниями, может быть конструировано неопределённое множество. Среди них особенно распространёнными являются, как известно, параметры типа (1). Пользуясь ими, условимся называть систему (или совокупность)

испытаний *униформной*, если ожидание (1) остаётся неизменным при любой перестановке индексов h.[1]

[…] Мы можем характеризовать униформную систему (совокупность) условием [возможности перестановок индексов h]. Замечая, что в случае взаимной независимости испытаний, согласно теореме о математическом ожидании произведения [оно равно произведению ожиданий сомножителей] без труда убеждаемся, что переход от униформной системы испытаний [к совокупности] (*дизъюнкция* униформной системы в совокупность) не представляет формальной математической трудности […].

Напротив, для обратного перехода […] (для *конъюнкции* совокупности в униформную систему) далеко не всегда могут быть указаны столь простые правила преобразования формул. Нетрудно, однако, установить одно весьма простое и общее условие, при котором [переход от ожидания произведения сомножителей к ожиданию их произведения] осуществляет [указанную] конъюнкцию.

С. 113. § 5. Мы возвращаемся к схемам возвращаемого и невозвращаемого билета. Пусть по-прежнему в урне находится S билетов, из которых s_1 помечено числом $x^{(1)}$, s_2 – числом $x^{(2)}$, …, s_k – числом $x^{(k)}$. Рассматривая число, помеченное на билете, как некоторую случайную переменную x, могущую принимать значения $x^{(1)}$, $x^{(2)}$, …, $x^{(k)}$ с вероятностями s_1/S, s_2/S,…, s_k/S, и условимся обозначать через x_1, x_2, …, x_k числа, появляющиеся на билетах при первом, втором, …, N -м извлечениях. В случае возвращаемого билета мы имеем дело, как это ясно, с *совокупностью* испытаний над переменной, закон распределения значений которой остаётся всё время неизменным. В случае схемы невозвращаемого билета перед нами *система* испытаний. Нетрудно показать, что получаемая таким образом система является униформной[2].

С. 120. § 8. В качестве примера униформной системы испытаний мы рассматривали схему невозвращаемого билета. Другим примером, формально весьма близко напоминающим эту схему, и в тоже время в известном смысле противоположным ей[3], может служить схема прикладываемого билета. Мы получаем её, если после каждого извлечения не только вынувшийся при нём билет возвращается обратно в урну, но вместе с ним прикладывается в неё новый билет, помеченный тем же числом, что и вынутый. N последовательным извлечениям соответствуют таким образом N последовательно прикладываемых билетов. […][4]. Приведём несколько формул, характеризующих эту схему.

С. 122, из § 9. Униформность совокупности покоится, таким образом, на свойстве произведения не менять величины при

изменении порядка сомножителей, на коммутативности произведения. Рассматривая проблему под несколько иным, *стохастическим*[5] углом зрения, мы можем сказать: униформность совокупности покоится на том, что ожидание (1) остаётся неизменным при всяком порядке испытаний. Это свойство мы и называем *стохастической коммутативностью*. Нетрудно убедиться, что и в случае системы свойство униформности покоится также на стохастической коммутативности испытаний.

С. 123 – 124. § 10. Униформную систему и совокупность мы подвели под общее понятие *испытаний, отвечающих условию стохастической коммутативности*. Образование такого общего понятия представляется тем более целесообразным, что покрываемые им разные типы взаимоотношений между испытаниями эмпирически неразличимы. Не может быть предложено критериев, которые позволяли бы, например, путём изучения ряда вынувшихся из закрытой урны номеров, помечающих билеты, установить, не привлекая априорных данных, производились ли извлечения по схеме возвращаемого, невозвращаемого или прикладываемого билета.

Вопрос об эмпирической неразличимости совокупности от разных видов униформной системы был поставлен проф. Чупровым[6]. Указывая, что лексисовский критерий нормального характера устойчивости ряда (приблизительное равенство единице коэффициента дисперсии Q^2) является условием необходимым, но недостаточным для того, чтобы были соблюдены предпосылки нормальной устойчивости (неизменность закона распределения значений переменной при всех испытаниях и взаимная независимость испытаний), проф. Чупров обнаруживает, что и иные конструируемые им приёмы не лучше ведут к цели.

На основе изложенных выше построений (в частности, с помощью введённых нами параметров […]) построения проф. Чупрова могут быть представлены с ещё большей наглядностью и притом в обобщённом виде. Вместе с тем с полной ясностью обнаруживается, почему именно разные типы униформной системы эмпирически неразличимы друг от друга и от совокупности. Подробный математический анализ [здесь невозможен], ограничимся лишь краткими общими указаниями.

Приёмы, при помощи которых исследователь пытается установить, соответствует ли рассматриваемый им ряд эмпирических значений тем или иным стохастическим предпосылкам, могут быть разбиты на две группы.

1. Конструируется ряд функций эмпирических значений переменной, математические ожидания которых равны друг другу при наличности данных предпосылок.

2. Конструируется такая функция эмпирических значений переменной, математическое ожидание которой принимает при наличности данных предпосылок определённое численное значение. Таков критерий нормальной устойчивости Лексиса, $\mathrm{E}Q^2 = 1$.

Для того, чтобы приёмы как той, так и другой группы вели к решению, конструируемые критерии должны быть не только необходимыми, но и достаточными. Исходные равенства должны иметь место лишь при наличности данных предпосылок и не иметь места при иных предпосылках, от которых исследователь стремится отмежеваться. Вдумываясь в исследованную выше операцию конъюнкции совокупности в униформную систему, мы сразу убеждаемся, что приёмы первой группы не в состоянии вести к выделению случая, когда мы имеем дело с совокупностью испытаний, от тех, когда перед нами какая-либо разновидность униформной системы.

В самом деле, обозначая через $F(x_1, x_2, \ldots, x_N)$ и $\Phi(x_1, x_2, \ldots, x_N)$ две какие-либо целые рациональные функции эмпирических значений переменной x, математические значения которых равны между собой при предпосылках совокупности, мы тотчас же усматриваем, выполняя мысленно операцию конъюнкции, что и в общем случае униформной системы необходимо должно быть $\mathrm{E}F = \mathrm{E}\Phi$.

Что касается приёмов второй группы, то в сущности и на них мы можем распространить тот же ход рассуждений и рассматривать численную константу как ту вторую функцию эмпирических значений переменной, математическое ожидание которой сравнивается с математическим ожиданием конструируемого коэффициента. Более точный математический анализ, которого мы здесь не воспроизводим, приводит к тому же выводу. Он показывает, что для всякого коэффициента, математическое ожидание которого равняется некоторой численной константе при предпосылках взаимной независимости и неизменности закона распределения значений переменной, мы получаем в математическом ожидании то же численное значение и в общем случае униформной системы.

На вопрос, отличима ли эмпирически нормальная дисперсия от ненормальной, должен быть, следовательно, дан отрицательный ответ.

Библиография и примечания автора

1. Tchouproff Al. A. (1923). Автор устанавливает понятие униформной связи, к каковому и примыкает наше понятие униформной связи. Отметим, что униформной система испытаний может быть только в том случае, если закон распределения переменной остаётся при всех испытаниях неизменным. Это непосредственно вытекает из определения, если положить все h кроме одного равными нулю.

2. Чупров (1918, с. 216 – 219).

3. Схема невозвращаемого билета противостоит схеме прикладываемого билета, как (употребляя лексикову терминологию, сверхнормально устойчивых статистических рядов) схеме рядов с устойчивостью ниже нормальной.

4. Униформность системы испытаний, получаемой на основе схемы прикладываемого билета, обнаруживается весьма просто с помощью критерия, устанавливаемого в следующем параграфе.

5. Bortkiewicz (1917, с. 3): Die an der Wahrscheinlichkeitstheorie orientierte […] Betrachtung empirischer Vielheiten möge ich Stochastik(von zielen, mutmaßen) bezeichnet werden. (Изучение эмпирических множеств, ориентированное на теорию вероятностей, я хотел бы назвать стохастикой (от греч. умение угадывать).

6. Чупров (1922).

Четвериков Н. С., редактор и переводчик (1968), *О теории дисперсии.* М.

Чупров (**Tchouproff) А. А.** (1918, нем.), К теории стабильности статистических рядов. В книге Четвериков (1968, с. 138 – 224).

--- (1922, нем.), Можно ли на основании эмпирических данных доказать, что устойчивость ряда нормальна? В книге автора (1960, с. 239 – 258).

--- (1923), On the mathematical expectation of the moments of frequency distributions in the case of correlated observations. *Metron*, vol. 2, pp. 461 – 493, 646 – 683.

--- (1960), *Вопросы статистики*. М.

Bortkiewicz L. von (1917, *Die Iterationen.* Berlin.